

# Zkouškové předměty a okruhy otázek ke státním závěrečným zkouškám na katedře matematiky

## Bakalářské studium

### Obsah

<b>1 Studijní obory akreditované od roku 2013</b>	<b>1</b>
1.1 Obor Matematické inženýrství (všechna zaměření)	1
1.2 Obor Matematická informatika	3
1.3 Obor Aplikovaná informatika	5

## 1 Studijní obory akreditované od roku 2013

### 1.1 Obor Matematické inženýrství (všechna zaměření)

#### Předmět obecného základu

1. Matematická analýza a lineární algebra

#### Předměty užší specializace s možností výběru

1. Základy numerické matematiky
2. Základy matematické statistiky
3. Analytická mechanika

#### Matematická analýza a lineární algebra

1. Diferenciální počet reálné proměnné - derivace, její aplikace pro vyšetřování funkce, věty o přírůstku funkce.
2. Riemannův integrál v  $\mathbb{R}$ , definice, postačující podmínky existence, Newtonova formule, substituce, per partes, věty o střední hodnotě.
3. Číselné řady, kritéria konvergence, přerovnávání řad, součin řad.
4. Mocninné řady, vlastnosti součtu mocninné řady, Taylorův polynom, Taylorova řada, rozvoje základních funkcí do Taylorovy řady.
5. Derivace v  $\mathbb{R}^n$ , parciální derivace, gradient, věty o přírůstku funkce, extrémů funkcí více proměnných, vázané extrémů.
6. Lebesgueův integrál - definice, měřitelné množiny a funkce, Fubiniova věta, věta o substituci, spojitost integrálu, věty o záměnách (integrál a řada, integrál a limita, integrál a derivace).
7. Derivace v komplexním oboru, holomorfní funkce, Cauchyova věta a Cauchyův vzorec, Laurentův rozvoj a typy singularit, reziduová věta.
8. Lineární zobrazení a jeho matice, soustavy lineárních algebraických rovnic, Frobeniova věta.

9. Hermitovské a kvadratické formy, skalární součin a ortogonalita, nerovnosti.
10. Lineární operátory a čtvercové matice, determinant, vlastní čísla, diagonalizovatelnost, normální operátory.

### **Základy numerické matematiky**

1. Finitní a iterační metody řešení pro soustavy lineárních algebraických rovnic a inverzní matice.
2. Řešení částečného a úplného problému vlastních čísel.
3. Řešení nelineárních algebraických a transcendentních rovnic a jejich soustav.
4. Lagrangeova interpolace, numerický výpočet derivace, a numerický výpočet integrálu.
5. Numerické řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice a jejich soustavy.
6. Metody řešení okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice založené na převodu na počáteční úlohy.
7. Metoda sítí a řešení okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice.
8. Vlastnosti diferenčních schémat a metody jejich vyšetřování, Laxova věta.
9. Diferenční metody pro řešení parciálních diferenciálních rovnic eliptického typu a parabolického typu.
10. Diferenciální a integrální podoba hyperbolických zákonů zachování a základy jejich numerického řešení.

### **Základy matematické statistiky**

1. Axiómy pravděpodobnosti, podmíněná pravděpodobnost, nezávislost náhodných veličin.
2. Rozdělení pravděpodobnosti, diskrétní a spojité modely, hustota a distribuční funkce.
3. Transformace náhodných veličin, příklady rozdělení ( $t$ ,  $F$ ,  $\chi^2$ ), jejich použití.
4. Charakteristiky náhodných veličin, střední hodnota, korelace a kovariance.
5. Konvergence skoro jistá, podle pravděpodobnosti a v distribuci, vazby mezi nimi.
6. Limitní věty, zákony velkých čísel, centrální limitní věty a jejich použití.
7. Statistické bodové odhady, jejich vlastnosti a kritéria optimality (asymptotika).
8. Nejlepší nestranný odhad a metoda maximální věrohodnosti.
9. Testování hypotéz, nejsilnější testy, F-test, t-test a jejich použití v gaussovském modelu.
10. Konfidenční intervaly, jejich konstrukce, testy dobré shody (Pearsonův).

### **Analytická mechanika**

1. Lagrangeovy rovnice v klasické mechanice; klasifikace vazeb
2. Princip virtuálních posunutí a statická rovnováha mechanických soustav s vazbami; d'Alembertův princip

3. Redukce úlohy o izolované soustavě 2 hmotných bodů pomocí 10 základních zákonů zachování; Keplerova úloha
4. Malé kmity soustav hmotných bodů, módy, normální souřadnice
5. Hamiltonův princip v klasické mechanice z hlediska základů variačního počtu
6. Jacobiho variační princip v klasické mechanice jako analog Fermatova principu v geometrické optice
7. Pohyb nabitě částice v elektromagnetickém poli v Lagrangeově a Hamiltonově formalismu
8. Teorém Noetherové v Lagrangeově a Hamiltonově formalismu
9. Kanonické transformace a jejich invarianty; Liouvilleova věta statistické mechaniky
10. Hamiltonova-Jacobiho rovnice

## 1.2 Obor Matematická informatika

### **Předmět obecného základu**

1. Algebra (lineární a obecná)

### **Předměty užší specializace s možností výběru**

1. Aplikace diskrétní matematiky
2. Operační systémy a jazyk C++
3. Matematická analýza

### **Algebra (lineární a obecná)**

1. Vektorový prostor, báze a dimenze, lineární závislost
2. Lineární zobrazení a jeho matice, soustavy lineárních algebraických rovnic, Frobeniova věta
3. Hermitovské a kvadratické formy, skalární součin a ortogonalita
4. Čtvercové matice, determinant, vlastní čísla, diagonalizovatelnost
5. Cyklické grupy
6. Normální podgrupy
7. Okruhy, ideály
8. Tělesa, charakteristika tělesa, prvotěleso
9. Konečná tělesa
10. Svazy a svazová uspořádání

### **Aplikace diskrétní matematiky**

1. Dělitelnost v  $\mathbb{Z}$ , nsd, nsn, Eukleidův algoritmus, lineární diofantické rovnice. Kongruence modulo  $m$ , malá Fermatova věta, Eulerova funkce, Eulerova věta.

2. Prvočísla, faktorizace na prvočinitele, aritmetické funkce (Eulerova funkce, počet a součet dělitelů, Möbiova funkce), dokonalá čísla, Mersennova prvočísla, Fermatova čísla, invertovací formule.
3. Testování prvočíslnosti, Fermatův test, pseudoprvočísla, Carmichaelova čísla, Millerův-Rabinův test, šifrování s veřejně přístupným klíčem, RSA.
4. Lineární diferenční rovnice, homogenní i s různými typy pravých stran, Josefův problém a jeho zobecnění.
5. Obyčejné a exponenciální generující funkce, řešení diferenčních rovnic pomocí nich, Catalanova čísla, Bernoulliho čísla, Bellova čísla.
6. Lineární kódy, generující a kontrolní matice. Standardní dekodování, syndromy.
7. Cyklické kódy, generující a kontrolní polynomy.
8. Kodování informačních znaků, systematické kódy.
9. Hammingovy kódy.
10. BCH kódy.

### **Operační systémy a jazyk C++**

1. Přidělování procesoru, procesy, vlákna.
2. Přidělování paměti, stránkování.
3. Synchronizace procesů, semaforey.
4. Práce se soubory (identifikační čísla souborů, otvírání souborů, čtení a zápis dat).
5. Soubory zobrazované do paměti (memory mapped files).
6. Prostředky pro objektově orientované programování v C++.
7. Prostředky pro generické programování v C++. Syntax, použití, význam.
8. Výjimky a práce s nimi.
9. Prostředky pro dynamickou identifikaci typů. Tabulka virtuálních metod.
10. Vstupy a výstupy v jazyce C++.

### **Matematická analýza**

1. Diferenciální počet reálné proměnné - derivace, její aplikace pro vyšetřování funkce, věty o přírůstku funkce.
2. Riemannův integrál v  $\mathbb{R}$ , definice, postačující podmínky existence, Newtonova formule, substituce, per partes, věty o střední hodnotě.
3. Číselné řady, kritéria konvergence, přerovnávání řad, součin řad.
4. Mocninné řady, vlastnosti součtu mocninné řady, derivování a integrování člen po členu.
5. Taylorův polynom, Taylorova řada, rozvoje základních funkcí do Taylorovy řady.
6. Posloupnosti a řady funkcí, typy konvergence, kritéria konvergence, věty o záměnách a spojitosti.

7. Derivace v  $\mathbb{R}^n$ , parciální derivace, gradient, věty o přírůstku funkce.
8. Totální diferenciál funkce více proměnných, věta o parciální derivaci složené funkce více proměnných. Inverzní zobrazení a jeho Jacobiova matice.
9. Extrémy funkce více proměnných (typologie). Vázané extrémy. Nutná a postačující podmínky pro lokální, resp. lokální vázaný extrém.
10. Lebesgueův integrál více proměnných. Definice, Fubiniova věta, věta o substituci. Užití integrálu, objem tělesa.

### 1.3 Obor Aplikovaná informatika

#### **Předmět obecného základu**

1. Základy algoritmizace

#### **Předměty užší specializace s možností výběru**

1. Programovací jazyky a operační systém UNIX
2. Síťové aplikace

#### **Základy algoritmizace**

1. Datová struktura seznam (vkládání prvků, vyhledávání, mazání).
2. Binární stromy (vkládání prvků, vyhledávání, mazání).
3. B-stromy (vkládání prvků).
4. Návrh algoritmu metodou hledání s návratem (backtracking), problém rozmístění osmi dam na šachovnici.
5. Třídění haldou (heap sort).
6. Rychlé třídění (quick sort).
7. Přihrádkové a lexikografické třídění.
8. Vyvážené stromy (přidávání vrcholu).
9. Zpracování aritmetického výrazu pomocí binárního stromu.
10. Zobrazení čísel v paměti počítače, algoritmy pro práci s nimi.

#### **Programovací jazyky a operační systém Unix**

1. Datové typy jazyka Pascal (výčtové typy, číselné typy, řetězce znaků, pole a záznamy).
2. Příkazy jazyka Pascal (podmíněný příkaz, příkazy cyklu, příkaz „with“).
3. Předávání parametrů hodnotou a odkazem v jazyce Pascal.
4. Ukazatele a dynamické datové struktury.
5. Práce se soubory.
6. Objektově orientované typy (v jazyce Turbo Pascal, Object Pascal, Java nebo C++).

7. Virtuální metody, tabulka virtuálních metod.
8. Modulární programování (units, definice rozhraní a implementační část modulu, samostatný překlad modulů).
9. Souborový systém v operačním systému Unix (adresáře, přístupová práva, základní příkazy pro práci se soubory, práce s disketami, síťový systém NFS).
10. Jádro systému Unix, administrace systému Unix (uživatelé a skupiny).

### **Síťové aplikace**

1. Standard pro návrh komunikačních systémů - ISO/OSI referenční model
2. Návrh a popis transportní (případně i aplikační) komunikační vrstvy
3. Bezpečné připojení k internetu, zabezpečení sítě. (Firewall, NAT, masquerade)
4. Bezpečné komunikační kanály, tunelování, virtuální privátní síť
5. Speciální protokoly internetu: IPSec, multicast
6. Nastupující protokoly internetu: IPv6
7. Internet a e-mail - přenos a formátování zpráv
8. Internet a e-mail - pokročilé formátování a přenos zpráv
9. Elektronický podpis. Infrastruktura veřejného klíče
10. Certifikáty a certifikační autority. Infrastruktura veřejného klíče

Poslední úprava: 12. února 2016 Otázky a podněty zasílejte na: <a href="mailto:pavel.strachota@fjfi.cvut.cz">pavel.strachota@fjfi.cvut.cz</a>
--