Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze	
jméno a příjmení uchazeče	rodné číslo / číslo pasu / číslo občanského průkazu

Přijímací zkouška z matematiky do navazujícího magisterského studia

1 (7 bodů)
Stanovte obor konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(n+1)!} \frac{x^n}{6^n}.$$

výsledek/result: <-3,3>

Nápověda: $\ell!! = \ell(\ell-2)(\ell-4)(\ell-6)\ldots 1$. Pro vyšetření konvergence v krajních bodech oboru konvergence je výhodné užít Raabeova kritéria.

2 (6 bodů)
Inverzní matice k matici

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

výsledek/result: (5,5,0)

má determinant rovný číslu $\frac{1}{12}$. Určete vlastní vektor matice $\mathbb{A}$ příslušný největšímu jejímu vlastnímu číslu, jehož velikost (norma) je rovna číslu $\sqrt{50}$.

3 (9 bodů)
Metodou Lagrangeových multiplikátorů nalezněte lokální extrémy funkce $g(x,y,z) = xy + z(x+y)$ v rovině

$$x + y + z = 6.$$

výsledek/result: (2,2,2)
lokální minimum

4 (8 bodů)
Přechodem k polárním souřadnicím vypočtete integrál

$$\int_{\Omega} \mathrm{e}^{-x^2-y^2} \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

kde $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \geqslant 0 \ \wedge \ \sqrt{3}x \geqslant 3y\right\}$.

výsledek/result: π/6

5 (3 body)
Sestavte Maclaurinovu řadu funkce $s(x) = x\mathrm{e}^{-x}$ a stanovte její obor konvergence.

výsledek/result: R

6 (7 bodů)
Řešte diferenciální rovnici

$$x^2y'' - 5xy' + 8y = 16$$

užitím faktu, že funkce $v(x) = x^2$ je řešením rovnice $x^2y'' - 5xy' + 8y = 0$.

výsledek/result:
A x^4 + B x^2 + 2

Přijímací zkouška se považuje za úspěšně složenou, získal-li uchazeč alespoň **20** bodů (tedy 50% z maximálního počtu bodů).

Department of Mathematics/Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering	
Name and Surname of Candidate	Passport Number

Entrance examination in mathematics

Tuesday, September 9, 2014, 9:00 am – 10:15 am

1 (7 points)
Find a convergence range of the following power series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(n+1)!} \frac{x^n}{6^n}.$$

Use the notation $\ell!! = \ell(\ell-2)(\ell-4)(\ell-6)\ldots 1$.

2 (6 points)
Inverse matrix to the matrix

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

has a determinant equal to $\frac{1}{12}$. Find a eigenvector (whose norm is equal to $\sqrt{50}$) of the matrix $\mathbb{A}$ associated to the largest eigenvalue.

3 (9 points)
Using the method of Lagrange multipliers, find all local extremes of the function $g(x,y,z) = xy + z(x+y)$ on the plane

$$x + y + z = 6.$$

4 (8 points)
By means of polar coordinates calculate

$$\int_{\Omega} \mathrm{e}^{-x^2-y^2}\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

where $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ y \geqslant 0 \ \wedge\ \sqrt{3}x \geqslant 3y\right\}$.

5 (3 points)
Find the Maclaurin expansion of function $s(x) = x\mathrm{e}^{-x}$ and its convergence range.

6 (7 points)
Solve a differential equation

$$x^2y'' - 5xy' + 8y = 16$$

using the fact, that the function $v(x) = x^2$ represents a solution of equation $x^2y'' - 5xy' + 8y = 0$.

`The entrance examination is regarded as successful, if the candidate has obtained at least 20 points (i.e. 50% of the maximum score).`

Přijímací zkouška z fyziky do navazujícího magisterského studia

Aspoň ze dvou okruhů fyziky je třeba získat aspoň polovinu bodů. Zbývající okruhy musí být předepsány k doplňující zkoušce během magisterského studia.

Mechanika

[**1.**] (1 bod)
Jaké je tíhové zrychlení ve výšce 1000 km nad Zemí? (Vliv ostatních vesmírných těles zanedbejte)
Výsledek: Zrychlení=7,33 m/s^2

[**2.**] (1 bod)
Hmotný bod koná harmonický pohyb. Jeho maximální rychlost je 10 m/s a maximální zrychlení 50 m/s^2. Určete jeho amplitudu, úhlovou frekvenci, frekvenci a dobu kmitu.
Výsledek: Amplituda =2 m, úhlová frekvence = 5 s^{-1}, frekvence = 1,6 s^{-1}, doba kmitu = 0,63 s.

[**3.**] (2 body)
Určete maximální namáhání závěsu houpačky délky l, je-li zatížena celkovou hmotností m a úhel mezi jejími krajními polohami je φ. Jakou rychlostí a s jakým tečným zrychlením se přitom bude houpačka pohybovat?
Výsledek: $F = mg(3 - 2\cos\varphi)$

[**4.**] (2 body)
Bod o hmotnosti m se pohybuje pod vlivem konstantní gravitační síly ve vertikálním směru po válcové ploše o poloměru R jejíž osa má vertikální směr. Odvoďte Lagrangeovu funkci, napište Lagrangeovy rovnice a určete zákony zachování. Které zobecněné souřadnice jsou nejvhodnější pro tento systém ?
Výsledek: $L = \frac{m}{2}(\dot{y}^2 + R\dot{\varphi}^2) - mgy$

[**5.**] (3 body)
Napište Lagrangeovu funkci nabité částice v elektromagnetickém poli v cylindrických souřadnicích. Napište vzorec pro kanonickou hybnost v kartézských souřadnicích.
Výsledek: $L(r, \Theta, z, \dot{r}, \dot{\Theta}, \dot{z}) = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\Theta}^2 + \dot{z}^2) - e(\Phi(t, r, \Theta, z) - \dot{\vec{x}} \cdot \vec{A}(t, r, \Theta, z))$,
$\vec{p} = m\dot{\vec{x}} + e\,\vec{A}(t, \vec{x})$,
kde $\Phi, \vec{A}$ jsou elektromagnetické potenciály.

Relativita, elektřina a magnetismus

[**1.**] (2 body)
K Zemi se blíží dvě kosmické lodi z opačných směrů rychlostmi 240 000 km/s. Jaká je rychlost jedné lodi měřená z paluby druhé ?
Výsledek: 293 000 km/s

[**2.**] (1 bod)
Tři náboje $-e, 2e, -e$ jsou umístěny na přímce v uvedeném pořadí na přímce ve stejných vzdálenostech a. Určete síly působící na každý náboj a elektrostatickou energii soustavy.
Výsledek: F= 0, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{7e^2}{4a^2}$, 0, $W = 0$,

[**3.**] (3 body)
Určete velikost intenzity elektrického pole ve středu kulové slupky poloměru R, je-li jedna její polovina nabita s plošnou hustotou σ.
Výsledek: $\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$

[**4.**] (2 body)
Rovnostranný trojúhelník je sletován z homogenního drátu. Ke dvěma vrcholům je přiloženo napětí U. Jaká je magnetická indukce ve středu trojúhelníka?
Výsledek: 0
[**5.**] (2 body)
Homogenní telegrafní vedení je zkratováno odporem R. Ukažte, že proud na straně přijímače bude nejmenší, bude-li porucha uprostřed.
Postup : Popište zkratované vedení jako soustavu odporů. Z Kirchhofova a Ohmova zákona vyjádřete proud v přijímači jako funkci polohy odporu R a spočítejte její minimum.
Výsledek: $I(\lambda) = \frac{RU}{2(Rl\rho+2\rho^2\lambda(l-\lambda))}$, kde l=délka vedení, λ=vzdálenost zkratu, ρ=délkový odpor

Vlnění, atomová a jaderná fyzika

[**1.**] (2 body)
Nalezněte úhlovou frekvenci podélných kmitů hmotného bodu na přímce, upevněného mezi dvěma pružinami o tuhostech k_1 a k_2.
Výsledek: $\sqrt{k_1 + k_2}/m$
[**2.**] (2 body)
Jaká je amplituda, perioda, fázová rychlost a vlnová délka vlny vyjádřené v SI soustavě rovnicí

$$\Psi(z, t) = 0.6 sin\left(2\pi(4t + 3z)\right)?$$

Výsledek: $A = 0.6,\ T = \frac{1}{4}\ s,\ v_\psi = \frac{4}{3}\ ms^{-1}, \lambda = \frac{1}{3}\ m$
[**3.**] (2 body)
Ukažte, že když $\vec{E}(z, t) = (A\cos(\omega t)\cos(kz), 0, 0)$ je stojatá rovinná vlna elektrického pole , pak $\vec{B}(z, t) = (0, A\frac{k}{\omega}\sin(\omega t)\sin(kz), 0)$ je stojatá rovinná vlna magnetického pole .
Postup: Dosaďte do Maxwellových rovnic
[**4.**] (2 body)
Předmět je umístěn ve vzdálenosti $a = 3R$ od vydutého sférického zrcadla, kde R je poloměr křivosti zrcadla. Sestrojte zobrazení předmětu, dále vypočtěte zvětšení předmětu.
Výsledek: Obraz je ve vzdálenosti $\frac{3}{5}R$ od zrcadla, zvětšení je -1/5.
[**5.**] (2 body)
Výstupní práce elektronů pro sodík je $2,3eV$. S jakou energií (v elektronvoltech i Joulech) budou vyletovat elektrony se sodíkového povrchu katody, když na ni dopadá ultrafialové záření o vlnové délce $220nm$? ($h \doteq 6.10^{-34}Js$, $1eV \doteq 1,6.10^{-19}J$).
Výsledek: 2,7 eV = 5,32.10^{-19} J

Termika a termodynamika

[**1.**] (1 bod)
1 mol ideálního plynu zaujímá objem $V_1 = 2m^3$ při teplotě $T_1 = 127^0C$. Kvazistaticky izobaricky ho necháme expandovat na objem $V_2 = 10m^3$. Jaká bude teplota na konci?
Výsledek: 2 000 K
[**2.**] (2 body)
1 mol vzduchu chovající se jako ideální plyn v nádobě o objemu $V_1 = 4l$ a teplotě $T = 27^0C$, zvětší kvazistaticky adiabaticky objem na $V_2 = 2m^3$ a následně je izotermicky stlačen na původní objem V_1. Jaký je tlak na konci a na počátku děje za předpokladu, že $\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{3}{2}$?
Výsledek :27 kPa, 622,5 kPa
[**3.**] (2 body)
Jakou mezní efektivitu má tepelný stroj, který při své činnosti přijde do styku s lázněmi o teplotách $T_1 = 127^0C$ a $T_2 = 627^0C$? Spočítejte množství tepla, které přijme od ohřívače, když máte změřeno, že chladiči předá $1MJ$.
Výsledek: $\eta = \frac{5}{9},\ Q = 9/4MJ$

[**4.**] (2 body)
Spočítejte změnu entropie 1 molu ideálního plynu pro izotermický a izobarický proces, kdy objem vzroste z $V_1 = 2m^3$ na $V_2 = 4m^3$, pro plyn s $c_p = 10J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.
Výsledek: $\Delta_{isoterm} = 13,35\ JK^{-1},\ \Delta_{isobar} = 16,1\ JK^{-1}$,

[**5.**] (3 body)
Spočítejte varianci $Var(v) = \langle\ (\ v - \langle v \rangle\ )^2 \rangle$ Maxwell-Boltzmannova rozdělení rychlostí.
Výsledek: $(3 - \frac{8}{\pi})\frac{kT}{m}$

Fyzikální konstanty

Planckova konstanta $h = 6,6.10^{-34}\,Js$, permitivita vakua $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 0.9\,N\,m^2 C^{-2}$, klidová hmota elektronu 9,1 . 10−31 kg , klidová energie elektronu = 0,511 MeV, elementární náboj $e = 1,6\,.10^-19$ C, $1\,eV = 1,6.10^{-19}\,J$, Boyle–Mariottova konstanta R = 8.3 J mol^{-1} K^{-1}, Avogadrova konstanta = 6 . 10^{23} mol^{-1}.

Informatika – vzor

Jméno a příjmení	Rodné číslo

1) [4 body] Napište algoritmus pro třídění haldou (heapsort).

2) [4 body] Napište algoritmus pro vložení položky na začátek dvousměrného seznamu.

3) [4 body] Napište algoritmus pro vyhledání položky v binárním stromu.

4) [4 body] K čemu se používá příkaz `try … catch ?`

5) [4 body] Co je to konstruktor, kdy je volán ?

6) [2 body] Jaký má vliv první středník v následujících příkazech:

```
while (n < 10) ; n ++ ;
```

7) [2 body] Vyberte vhodný příkaz pro vyhledávání hodnoty v seznamu:

```
a) while (p->key != value && p != NULL) p = p->next;
b) while (p != NULL && p->key != value) p = p->next;
```

Výběr zdůvodněte.

8) [2 body] Napište definici šablonové funkce,
která bude vybírat minimum ze dvou parametrů stejného typu.

9) [2 body] Slovy popište význam následující deklarace:

```
int * f ( int, int );
```

Na následující stránce jsou další tři příklady

10) [4 body] Nechť jsou dány deklarace:

```
class A { };
class B : public A { };
class C : public B { };
A * p = new B;
```

Jaké budou typy a hodnoty následujících výrazů:

```
dynamic_cast < B * > (p)
dynamic_cast < C * > (p)
```

11) [4 body] Nechť je dána deklarace:

```
class A
{
   public:
      virtual void f ();
      virtual void g ();
      void h ();
};
```

Co bude obsahovat tabulka virtuálních metod třídy A ?
Kdy se bude tabulka virtuálních metod používat ?

12) [4 body] Nechť jsou dány deklarace:

```
const N = 100;
type pole = array [1..N] of real;
```

Podrobně vysvětlete, jak se budou předávat parametry procedury, která má následující hlavičku:

```
procedure p (a: pole; var b: pole);
```

Příklad 1:

```
Const n = 100;
Var   a: array [1..n] of real;

Procedure swap (u,v: integer);
Var  t: real;
Begin
     t:=a[u];
     a[u]:=a[v];
     a[v]:=t;
End;

Procedure Heapify (i,j: integer);
Label 1,9;
Var   k,s,m: integer;
      t: real;
Begin
     k:=i;
   1:
     s:=k+k;
     if s>j then goto 9;
     m:=s;
     if s+1<=j then
        if a[s+1]>=a[s] then m:=s+1;

     if a[m]>a[k] then begin
        swap (k,m);
        k:=m;
        goto 1;
     end;
   9:
End;

Procedure Heapsort;
Var  i,j: integer;
Begin
     for i := (n div 2) downto 1 do Heapify (i,n);
     for j := n downto 2 do begin
        swap (1,j);
        Heapify (1, j-1);
     end;
End;
```

Příklad 2:

```
class Node
{
     public:
        int key;
        Node * prev, * next;
};

Node * head, * tail;

void insert_first (Node * p)
{
      p->prev = NULL;
      p->next = head;

      if (head != NULL)
          head->prev = p;
      else
          tail = p;

      head = p;
}
```

Příklad 3:

```
class Node
{
     public:
        int key;
        Node * left, right;
};

Node * root;

Node * search (int value)
{
      Node * p = root;
      while (p != NULL && p->key != value)
      {
            if (p->key < value) p = p->left; else p = p->right;
      }
      return p;
      // ukazatel na nalezenou polozku
      // nebo NULL pokud hodnota nebyla nalezena
}
```

Příklad 4:

Příkaz **try** zachycuje výjimky vzniklé v příkazu následujícím po klíčovém slově try.
Zachycovány jsou i výjimky vzniklé ve funkcích volaným v tomto příkazu (pokud nejsou zachyceny vnořenými příkazy try). Příkaz **try** obsahuje jednu nebo více částí **catch** pro zpracování vzniklých výjimek. Při zachycení výjimky se vyhledá část **catch** jejíž parametr typově odpovídá vzniklé výjimce.
Pokud vhodná část **catch** neexistuje šíří se výjimka dále do bloků, které jsou dynamicky nadřazeny právě zpracovávanému příkazu **try**.

Příklad 5:

Konstruktor je metoda třídy volaná při vytváření instance.

Příklad deklarace

```
class C
{
   private:
      int * p;
   public:
      C () { p = NULL; } // konstruktor
      C (int * u) : p (u) { } // konstruktor s parametrem
};
```

Za dvojtečkou lze v deklaraci konstruktoru umístit inicializaci nestatických položek a případně volat konstruktory nadřazených tříd.

Konstruktor nesmí být virtuální.
Pokud žádný konstruktor v dané třídě nedeklarujeme, může překladač vytvořit veřejně přístupný konstruktor odpovídající „prázdnému“ kódu `C () { }`

Instance dynamické proměnné je inicializována při volání operátoru new.

```
    C * u;  u = new C;
```

Příklad 6:

První středník reprezentuje prázdný příkaz, který je tělem cyklu:

```
     while (n < 10) ;
```

Pokud je n < 10 je tento cyklus nekonečný.
Pokud je n >= 10 neproběhne tělo cyklu ani jednou.

Po cyklu následuje příkaz pro zvětšení proměnné n.

Příklad 7:

```
while (p != NULL && p->key != value) p = p->next;
```

V okamžiku kdy zpracováváme poslední prvek seznamu (nebo pokud je seznam prázdný), proměnná p obsahuje nulový ukazatel, a proto nelze vyčíslit výraz `p->key.`

Zvolím variantu **b**, která nejprve testuje ukazatel, zda není nulový.
Pokud je první operand před && nepravdivý, druhý operand se nevyhodnocuje.

Příklad 8:

```
    template <class T>
         T min ( T a, T b ) { return a < b ? a : b ; }
```

Příklad 9:

Funkce f.
Funkce vrací jako výsledek ukazatel na celé číslo (int *).
Funkce má dva parametry typu int.

Příklad 10:

dynamic_cast <B*> (p) je typu **B*** a ukazuje (po přetypování) na objekt **p**
dynamic_cast <C*> (p) je typu C* a má nulovou hodnotu

Příklad 11:

Tabulka virtuálních metod třídy A bude obsahovat ukazatel
na metodu f a ukazatel na metodu g. (**&A::f** a **&A::g**)

Tabulka virtuálních metod se používá při volání virtuálních
metod, přetypování **dynamic_cast** nebo při dynamické identifikaci typů.

Příklad 12:

První parametr se předává hodnotou,
vzniká lokální kopie pole (existující po dobu běhu procedury),
skutečný parametr použitý při volání procedury se nemění.

Druhý parametr je předáván odkazem,
volaná procedura používá k přístupu ke skutečnému parametru odkaz (ukazatel),
při změně lokálního parametru **b** se mění i původní pole použité jako skutečný parametr.

Přijímací zkouška z chemie do navazujícího magisterského studia

Vzorové příklady

Písemná zkouška bude obsahovat 6 podobných příkladů a k jejímu úspěšnému složení je třeba správně vyřešit nejméně 3 z nich.

1. Jistý prvek se vyskytuje v přírodě jako směs tří izotopů, kterým náleží relativní atomové hmotnosti 19,992, 20,994 a 21,990. Jejich relativnímu zastoupení v přirozené izotopické směsi náleží ve stejném pořadí tyto hodnoty: 0,9051, 0,0027 a 0,0922. Vypočtěte relativní atomovou hmotnost tohoto prvku a identifikujte jej.
Výsledek: M = 20,18 – jde tedy o neon.

2. Jaká jsou oxidační čísla prvků vázaných v ozonidovém aniontu O_3^-, azoimidu HN_3 a arsinu AsH_3?
Výsledky: $O_3^- \rightarrow O^{-1/3}$, $HN_3 \rightarrow H^{+I}$, $N^{-1/3}$. Vzhledem k téměř stejným hodnotám elektronegativity arsenu a vodíku jim lze připsat oxidační čísla třemi způsoby: As^{-III}, H^{+I}, dále As^{+III}, H^{-I} a konečně As^0, H^0. O tom, co je nejvíce pravděpodobné, lze rozhodnout z chování arsinu v konkrétní chemické reakci.

3. Které z následujících prvků (Cl, Ne, C, Be, F, He) tvoří v plynném stavu dvouatomové molekuly?
Výsledek: dvouatomové molekuly tvoří pouze chlór, uhlík a fluór.

4. Uspořádejte všechny halogenvodíky H-X dle rostoucí energie vazby. Dále je uspořádejte dle jejich rostoucí kyselosti vůči vodě.
Výsledek: energie vazeb klesá v pořadí HF, HCl, HBr, HI, kyselost halogenvodíků vůči vodě pak v témže pořadí roste.

5. Upravte následující rovnice:

a) $Al_2(CH_3)_6 + B_2H_6 \rightarrow B(CH_3)_3 + Al(BH_4)_3$
b) $CaF_2 + SiO_2 + H_2SO_4 \rightarrow CaSO_4 + SiF_4 + H_2O$
c) $Na_3SbS_4 + H_2SO_4 \rightarrow Sb_2S_5 + Na_2SO_4 + H_2S$
d) $Na_2CO_3 + Fe_3Br_8 \rightarrow NaBr + Fe_3O_4 + CO_2$
e) $As_2S_3 + HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3AsO_4 + H_2SO_4 + NO$
f) $KMnO_4 + (COOH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + CO_2 + K_2SO_4 + H_2O$

Výsledky:

a) $Al_2(CH_3)_6 + 4\ B_2H_6 \rightarrow 2\ B(CH_3)_3 + 2\ Al(BH_4)_3$
b) $2\ CaF_2 + SiO_2 + 2\ H_2SO_4 \rightarrow 2\ CaSO_4 + SiF_4 + 2\ H_2O$
c) $2\ Na_3SbS_4 + 3\ H_2SO_4 \rightarrow Sb_2S_5 + 3\ Na_2SO_4 + 3\ H_2S$
d) $4\ Na_2CO_3 + Fe_3Br_8 \rightarrow 8\ NaBr + Fe_3O_4 + 4\ CO_2$
e) $3\ As_2S_3 + 28\ HNO_3 + 4\ H_2O \rightarrow 6\ H_3AsO_4 + 9\ H_2SO_4 + 28\ NO$
f) $2\ KMnO_4 + 5\ (COOH)_2 + 3\ H_2SO_4 \rightarrow 2\ MnSO_4 + 10\ CO_2 + K_2SO_4 + 8\ H_2O$

6. Odvoďte molekulový vzorec látky $Ag_xN_yO_z$ a uveďte její název, jsou-li hmotnostní zlomky prvků $w_{Ag} = 0{,}782$; $w_N = 0{,}102$ a $w_O = 0{,}116$ a relativní molekulová hmotnost sloučeniny činí 276.
Výsledek: Jde o dimer dusnanu stříbrného $Ag_2N_2O_2$.

7. Hmotnostní zlomek dusíku ve směsi dusičnanu sodného a síranu amonného je 0,175. Jaký je v této směsi hmotnostní zlomek síry?
Výsledek: hmotnostní zlomek síry činí $w_S = 0{,}053$.

8. Tři litry roztoku kyseliny sírové o hustotě $\rho = 1{,}7272\ g\cdot cm^{-3}$ a hmotnostním zlomku $w(H_2SO_4) = 0{,}80$ byly smíseny s jedním litrem roztoku téže kyseliny, kterému náležel hmotnostní zlomek kyseliny $w(H_2SO_4) = 0{,}10$ a jehož hustota činila $\rho = 1{,}0661\ g\cdot cm^{-3}$. Jaká je molární koncentrace kyseliny ve výsledném roztoku, kterému náleží hustota $\rho = 1{,}5874\ g\cdot cm^{-3}$?

Výsledek: Molární koncentrace výsledného roztoku H_2SO_4 činí 11,0 mol·l^{-1}**.**

9. V plynojemu s vodním uzávěrem je nad vodou při teplotě $t = 10\ ^oC$ uzavřen svítiplyn, jehož objem činí $V = 2000\ m^3$ a náleží mu tlak $p = 104{,}52445$ kPa. Objemovým zlomkům složek svítiplynu náleží tyto hodnoty: $\phi(H_2) = 0{,}47$, $\phi(CH_4) = 0{,}36$, $\phi(CO) = 0{,}08$, $\phi(C_2H_4) = 0{,}03$ a $\phi(N_2) = 0{,}06$. Tlak sytých par vody při udané teplotě je $p_v = 1{,}22656$ kPa. Vypočtěte hmotnost plynu m_p, který je v plynojemu uzavřen a hmotnost vody m_v v něm obsažené. Předpokládejte ideální chování plynu i vodní páry.

Výsledek: V plynojemu je uzavřeno $1{,}008\cdot 10^3$ kg suchého svítiplynu a 18,78 kg vodní páry.

10. Bylo smícháno 1,25 l roztoku $Pb(NO_3)_2$, jehož koncentrace činila 0,0500 mol·l^{-1}, se dvěma litry roztoku síranu sodného o koncentraci 0,0250 mol·l^{-1}. Jaká byla hmotnost vysráženého síranu olovnatého? Rozpustnost $PbSO_4$ při výpočtu zanedbejte.

Výsledek: Bylo vysráženo 15,2 g $PbSO_4$.

11. Vypočítejte, kolik gramů oxidu manganičitého vznikne redukcí 25 gramů manganistanu draselného siřičitanem sodným ve vodném roztoku. Jaká bude přitom spotřeba tuhého siřičitanu sodného čistoty p.a.?

Výsledek: Vznikne 13,75 g MnO_2 a bude zapotřebí 29,91 g Na_2SO_3 čistoty p.a.

12. Vypočtěte standardní slučovací teplo diboranu ΔH_{sl} vznikajícího touto reakcí R:

R: $2\ B\ (s) + 3\ H_2\ (g) \rightarrow B_2H_6\ (g)$

K výpočtu použijte standardních reakčních tepel následujících reakcí R_1 až R_4:

R_1:	$2\ B\ (s) + 3/2\ O_2\ (g) \rightarrow B_2O_3\ (s)$	$\Delta H_1 = -1273\ kJ\cdot mol^{-1}$
R_2:	$B_2H_6\ (g) + 3\ O_2\ (g) \rightarrow B_2O_3\ (s) + 3\ H_2O\ (g)$	$\Delta H_2 = -2035\ kJ\cdot mol^{-1}$
R_3:	$H_2\ (g) + 1/2\ O_2\ (g) \rightarrow H_2O\ (l)$	$\Delta H_3 = -286\ kJ\cdot mol^{-1}$
R_4:	$H_2O\ (l) \rightarrow H_2O\ (g)$	$\Delta H_4 = 44\ kJ\cdot mol^{-1}$

Všechny údaje se vztahují k teplotě 298,15 K.

Výsledek: Slučovací teplo diboranu činí $\Delta H_{sl} = \Delta H_1 - \Delta H_2 + 3\Delta H_3 + 3\cdot\Delta H_4 = 36\ kJ\cdot mol^{-1}$.

13. Disociaci chloru dle rovnice $Cl_2\ (g) \leftrightarrow 2\ Cl\ (g)$ náleží při $T = 1000$ K rovnovážná konstanta $K_P = 2{,}45\cdot 10^{-7}$. Rovnovážný tlak soustavy byl roven standardnímu tlaku $P_0 = 101325$ Pa. Jaký byl za těchto podmínek rovnovážný stupeň disociace chloru α? Jak se změní hodnota α, jestliže po dosažení rovnováhy reakční směs při téže teplotě zkomprimujeme? Vzroste, klesne, či bude stejná? Předpokládejte ideální chování plynu.

Výsledek: Rovnovážnému stupni disociace náleží hodnota $\alpha = 2{,}48\cdot 10^{-4}$. Komprese rovnovážné směsi vyvolá pokles hodnoty α.

14. Rovnovážná směs kyslíku a ozonu má při teplotě 175 ^oC a tlaku 17,1 kPa hustotu 0,168 g·l^{-1}. Vypočítejte rovnovážnou konstantu K_P reakce $3\ O_2\ (g) \leftrightarrow 2\ O_3\ (g)$ při této teplotě chová-li se plynná fáze ideálně.

Výsledek: Rovnovážná konstanta K_P má hodnotu $K_P = 1{,}34\ Pa^{-1}$.

15. Vypočtěte pH vodného roztoku silné jednosytné kyseliny o koncentraci 10^{-8} mol·l^{-1}. Jaká bude v tomto roztoku koncentrace hydroxidových aniontů?

Výsledek: Hodnota pH činí pH = 6,98 a koncentrace hydroxidových aniontů je $[OH^-] = 9{,}562\cdot 10^{-8}$ mol·l^{-1}.

16. Slabé jednosytné kyselině disociující dle rovnice $HA + H_2O \leftrightarrow H_3O^+ + A^-$ náleží disociační konstanta K_A. Při jaké hodnotě pH roztoku by byla disociována právě z jedné poloviny?

Výsledek: Připravíme-li vodný roztok kyseliny o pH = pK_a, bude v něm kyselina disociována právě z jedné poloviny.

17. V roztoku $Sr(NO_3)_2$ a $Ca(NO_3)_2$ činí koncentrace každé složky 0,3 mol·l^{-1}. Přídavkem roztoku Na_2SO_4 chceme **selektivně** vysrážet síran strontnatý. V jakém rozmezí musí ležet molární koncentrace síranových aniontů SO_4^{2-}? Součiny rozpustnosti příslušných síranů jsou $S(SrSO_4) = 2{,}8 \cdot 10^{-7}$ a $S(CaSO_4) = 6 \cdot 10^{-5}$.

Výsledek: Má-li být srážení $SrSO_4$ kvantitativní a selektivní, koncentrace síranových aniontů musí být vyšší než $9 \cdot 10^{-7}$ mol·l^{-1} a nižší než $2 \cdot 10^{-4}$ mol·l^{-1}.

18. Cyklobutan se termicky rozkládá na ethylen dle následující stechiometrické rovnice: $C_4H_8\,(g) \rightarrow 2\,C_2H_4\,(g)$. Při teplotě 438 °C má její rychlostní konstanta hodnotu $k = 2{,}48 \cdot 10^{-4}$ s^{-1}. Za jakou dobu bude molární poměr ethylen / cyklobutan v reakční směsi roven *a)* 1, *b)* 100?

Výsledek: *a)* 1635 s; *b)* 15852 s.

19. Látka A vstupuje do dvou paralelních reakcí prvního řádu, přičemž zaniká s efektivním (pozorovaným) poločasem $T_e = 112$ s.

Reakce 1: $A \rightarrow B$ Reakce 2: $2\,A \rightarrow C$

Rychlostní konstanta první reakce má při určité teplotě hodnotu $k_1 = 4{,}60 \cdot 10^{-3}$ s^{-1}. Vypočítejte hodnotu rychlostní konstanty druhé reakce k_2, která ji při téže teplotě náleží.

Výsledek: Rychlostní konstanta druhé reakce má hodnotu $k_2 = 7{,}73 \cdot 10^{-4}$ s^{-1}.

20. Reakci $2\,N_2O_5\,(g) \rightarrow 4\,NO_2\,(g) + O_2\,(g)$, která je 1. řádu, náleží hodnota zdánlivé aktivační energie $E_A = 103{,}2$ kJ·mol^{-1} a frekvenční (předexponenciální) faktor Arrheniovy rovnice činí $A = 2{,}05 \cdot 10^{13}$ s^{-1}. Vypočítejte *a)* hodnotu rychlostní konstanty k_0 při teplotě $t = 0$ °C a *b)* poločasy reakce při teplotách −50 °C, 0 °C a 50 °C.

Výsledky: *a)* $3{,}76 \cdot 10^{-7}$ s^{-1}, *b)* poločasy reakce v pořadí rostoucích teplot: $2{,}43 \cdot 10^{10}$ s; $9{,}22 \cdot 10^{5}$ s; 813 s.

Doporučená literatura k písemné části zkoušky

A. Motl, Výpočty pro jaderné chemiky – Obecná chemie, skriptum FJFI ČVUT.

Tématické okruhy k ústní zkoušce

Obecná, anorganická, organická, analytická a fyzikální chemie v rozsahu bakalářského studia oboru Jaderně-chemické inženýrství na FJFI – ČVUT v Praze.

Sylaby konkrétních vyučovaných předmětů, včetně literatury doporučené pro jednotlivé předměty, jsou přístupné z adresy http://www.jaderna-chemie.cz/?predmet=vyuka_bc