

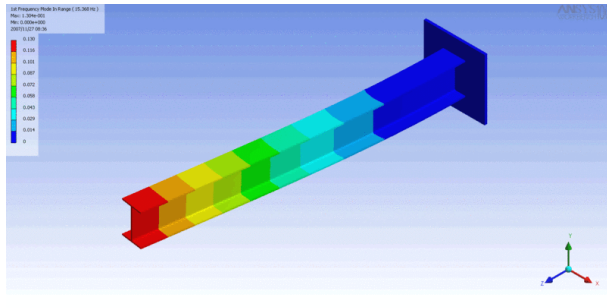
Tomáš Oberhuber

Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering
Czech Technical University in Prague

Video na Youtube

Vlastní čísla matic - aplikace

Vlastní čísla matic (*eigenvalues and eigenvectors*)
Modelování a analýza vibrací



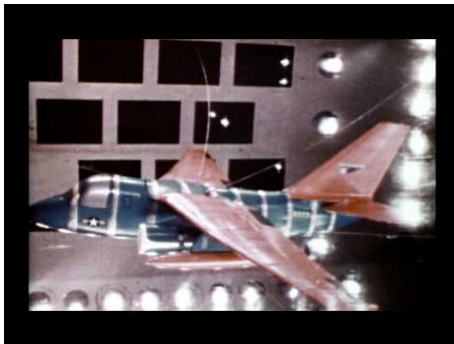
Vlastní čísla matic - aplikace

Modelování a analýza vibrací – **Tacoma bridge**



Video na Youtube
Krátký dokument

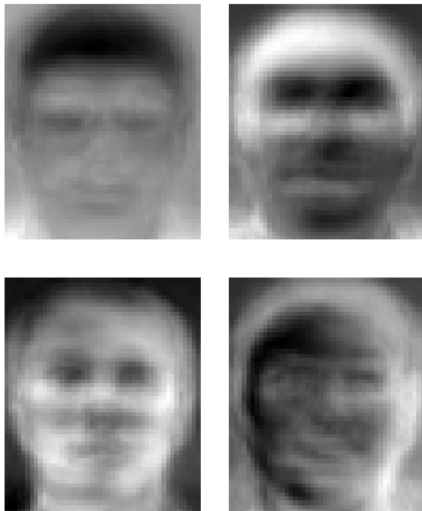
Vlastní čísla matic - aeroelasticita



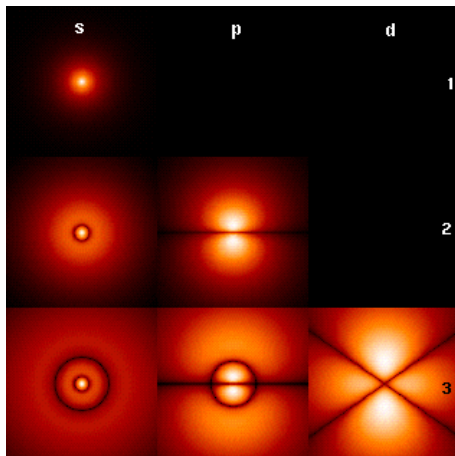
[Video na Youtube](#)

Vlastní čísla matic - eigenfaces

Zpracování obrazu – rozpoznání obličejů

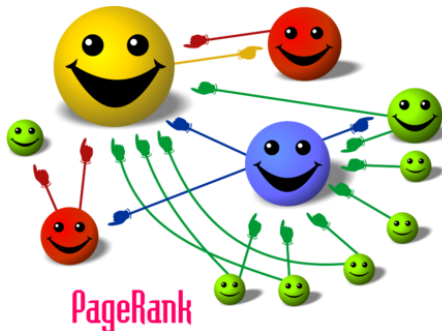


Vlastní čísla matic - spektra atomů



Vlastní čísla matic - PageRank

PageRank používá vyhledávač Google.



[Video na Youtube](#)

Theorem 1

Bud' $p_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ polynom stupně n . Potom nalezení jeho kořenů je ekvivalentní výpočtu spektra Frobeniovy matice $\mathbb{C} \in R^{n,n}$ svázané s polynomem $p_n(x)$ a definované jako

$$\mathbb{C} = \begin{pmatrix} -(a_{n-1}/a_n) & -(a_{n-2}/a_n) & \dots & -(a_1/a_n) & -(a_0/a_n) \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Remark 2

Z *Abelovy-Ruffiniho* věty pak plyne, že nelze sestavit přímou metodu pro výpočet kompletního spektra matice pro $n \geq 5$.

Remark 3

- *Všechny metody pro výpočet spekter matic jsou proto iterativní.*
- *Je tedy nutné znát nějaký aposteriorní odhad chyby, abychom dokázali stanovit vhodné zastavující kritérium při napočítávání iterací.*
- *Apriorní odhady chyb aproximace vlastních čísel v tomto kurzu vynecháme.*

Aposteriorní odhad chyby

Theorem 4

Nechť $\mathbb{A} \in \mathbb{C}^{n,n}$ je hermitovská matice a necht' $\hat{\lambda}$ a $\hat{\vec{x}} \neq 0$ jsou napočítané aproximace vlastního čísla λ a vlastního vektoru \vec{x} . Pro residuum

$$\vec{r} = \mathbb{A}\hat{\vec{x}} - \hat{\lambda}\hat{\vec{x}},$$

pak platí

$$\min_{\lambda_j \in \sigma(\mathbb{A})} |\hat{\lambda} - \lambda_j| \leq \frac{\|\vec{r}\|_2}{\|\hat{\vec{x}}\|_2}.$$

Důkaz.

[Video na Youtube](#)

