0.1 Diferenční vztahy pro náhrady derivací

Pomocí Taylorových rozvojů dokažte jednu z následujících vět:

Věta 1. *Nechť* $g \in C^{(5)}$ *na* $< a, b >$, $x \in (a, b)$, $2h < min\{|x-a|, |x-b|\}$. *Pak*

$$\frac{1}{12h}(-g(x+2h) + 8g(x+h) - 8g(x-h) + g(x-2h)) = g'(x) + O(h^4).$$

Věta 2. *Nechť* $g \in C^{(5)}$ *na* $< a, b >$, $x \in (a, b)$, $2h < min\{|x-a|, |x-b|\}$. *Pak*

$$\frac{1}{2h^3}(g(x+2h) - 2g(x+h) + 2g(x-h) - g(x-2h)) = g^{(3)}(x) + O(h^2).$$

Věta 3. *Nechť* $g \in C^{(6)}$ *na* $< a, b >$, $x \in (a, b)$, $2h < min\{|x-a|, |x-b|\}$. *Pak*

$$\frac{1}{h^4}(g(x+2h) - 4g(x+h) + 6g(x) - 4g(x-h) + g(x-2h)) = g^{(4)}(x) + O(h^2).$$

Věta 4. *Nechť* $g \in C^{(3)}$ *na* $< a, b >$, $x \in (a, b)$, $2h < min\{|x-a|, |x-b|\}$. *Pak*

$$\frac{-1}{2h}(g(x+2h) - 4g(x+h) + 3g(x)) = g'(x) + O(h^2).$$