

PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE VE ZPRACOVÁNÍ OBRAZU

Autor práce:
Vedoucí práce:

Anna Kratochvílová
Ing. Tomáš Oberhuber

Zadání

- Najít vhodný matematický model pro segmentaci obrazových dat
- Navrhnout vhodnou diskretizaci a numerické schéma
- Vytvořit implementaci na počítači
- Aplikovat výsledný algoritmus na testovací snímky

Obsah prezentace

- Modely pro odstraňování šumu
- Level set metoda
- Numerické schéma
- Výsledky
- Závěr

Rovnice vedení tepla

▶
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = \Delta u(x, y, t) \text{ na } \mathbb{R}^2 \times (0, T) \\ u(x, y, t = 0) = u_0(x, y) \text{ na } \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

▶ je ekvivalentní konvoluci Gaussovým jádrem

$$G_\sigma(x', y') = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{2\sigma^2}\right)$$

▶ vyhlazování ve všech směrech; vyhlazování hran, detailů

Nelineární modely

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (c(|\nabla u|^2) \nabla u) \\ u(x, y, t = 0) = u_0(x, y) \end{cases}$$

Očekáváme, že:

- ▶ se vyhladí, co má být vyhlazeno; nepodstatné, homogenní oblasti
- ▶ a zvýrazní se hrany
 - pravá strana rovnice by měla pro malé hodnoty $|\nabla u|$ vypadat jako rovnice vedení tepla
 - pro velké hodnoty $|\nabla u|$ by měla být téměř nulová.

Model Perona-Malik

➤
$$c(s) = \frac{1}{1 + Ks}$$

➤
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u(x, y, t)}{1 + |\nabla u(x, y, t)|^2} \right) \\ u(x, y, t = 0) = u_0(x, y) \end{cases}$$

- pro malé hodnoty šumu metoda funguje dobře
- nemůže rozhodnout mezi „pravými“ a „falešnými“ hranami

Regularizace Perona-Malik

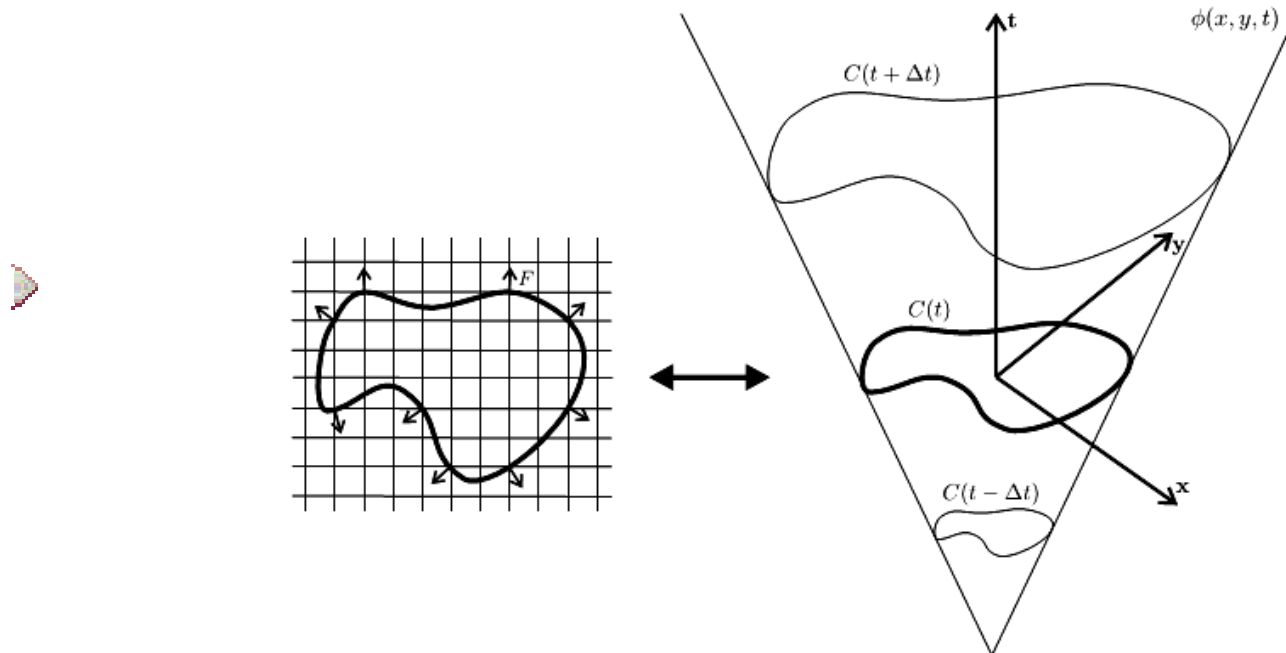
- ▶ místo ∇u dosadíme vyhlazený $G_\sigma * \nabla u$

- ▶
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u(x, y, t)}{1 + |(\nabla G_\sigma * u)(x, y, t)|^2} \right) \\ u(x, y, t = 0) = u_0(x, y) \end{cases}$$

- ▶ vyhlazováním dochází k odstranění šumu a hrany zůstanou zachované
- ▶ dochází ke „zpomalení“ vyhlazování pouze o hranu, nikoli o šum

Level set metoda

- ▶ numerická metoda pro segmentaci objektů v obraze na základě detekce hran
- ▶ nulová vrstevnice $C(t) = \{p \mid \phi(p, t) = 0\}$, kde $p \in \mathbb{R}^2$
- ▶ vývoj nulové vrstevnice – level set rovnice



Level set metoda

- ▶ level set rovnice $\phi_t + F |\nabla \phi| = 0$
- ▶ v místech hran - nulové nebo téměř nulové hodnoty. hrana se nenachází - funkce má vysoké hodnoty. $\Rightarrow F = c^0 = \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I^0|^p}$
- ▶ se šumem - $c^0 \kappa$
- ▶
$$u_t = c^0 |\nabla u| \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \nabla c^0 \cdot \nabla u$$
 - difúzní člen stahuje křivku (střední křivost κ), a také se zastavuje na hranách (funkce c^0)
 - advekční člen přitahuje level set křivku k hranám, (hyperbolické rovnice)

Level set metoda

- ▶ rovnici můžeme přepsat jako:

$$u_t = |\nabla u| \nabla \cdot \left(c^0 \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$$

- ▶ ve skutečnosti následující rovnice s Evans-Spruck regularizací $|\nabla u| \approx |\nabla u|_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon^2 + |\nabla u|^2}$ dává stejný advekční člen jako rovnice bez regularizace.

$$u_t = \sqrt{\varepsilon^2 + |\nabla u|^2} \nabla \cdot \left(c(|\nabla G_\sigma * I^0|) \frac{\nabla u}{\sqrt{\varepsilon^2 + |\nabla u|^2}} \right)$$

Aproximace

► metoda Perona-Malik

$$\begin{cases} \frac{du_{i,j}}{dt} = \nabla_h^+ \cdot \left(\frac{\nabla_h^- u_{ij}}{1 + |\nabla_h^- u_{ij}|^2} \right) & \text{kde } i, j = 0, \dots, N \\ u_{0i,j} = \mathcal{P}_h u_0 \end{cases}$$

- diskretizace na síť
- použití jiné kombinace dopředných a zpětných diferencí můžeme dostat odlišné chování metody
- časově náročné

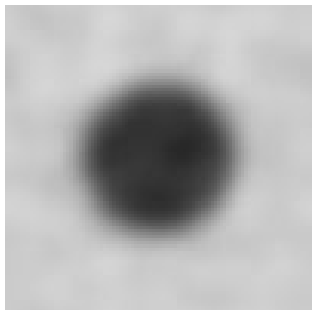
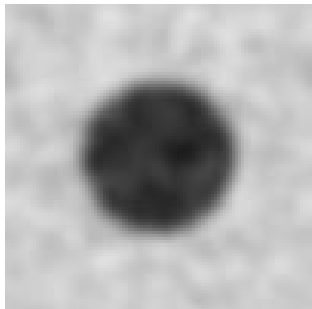
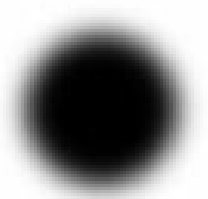
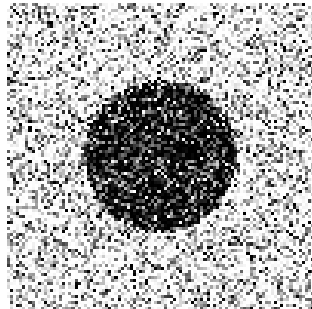
Výsledky aplikace modelů

- rovnice vedení tepla
- metoda Perona-Malik
- regularizace modelu Perona-Malik
- level set metoda

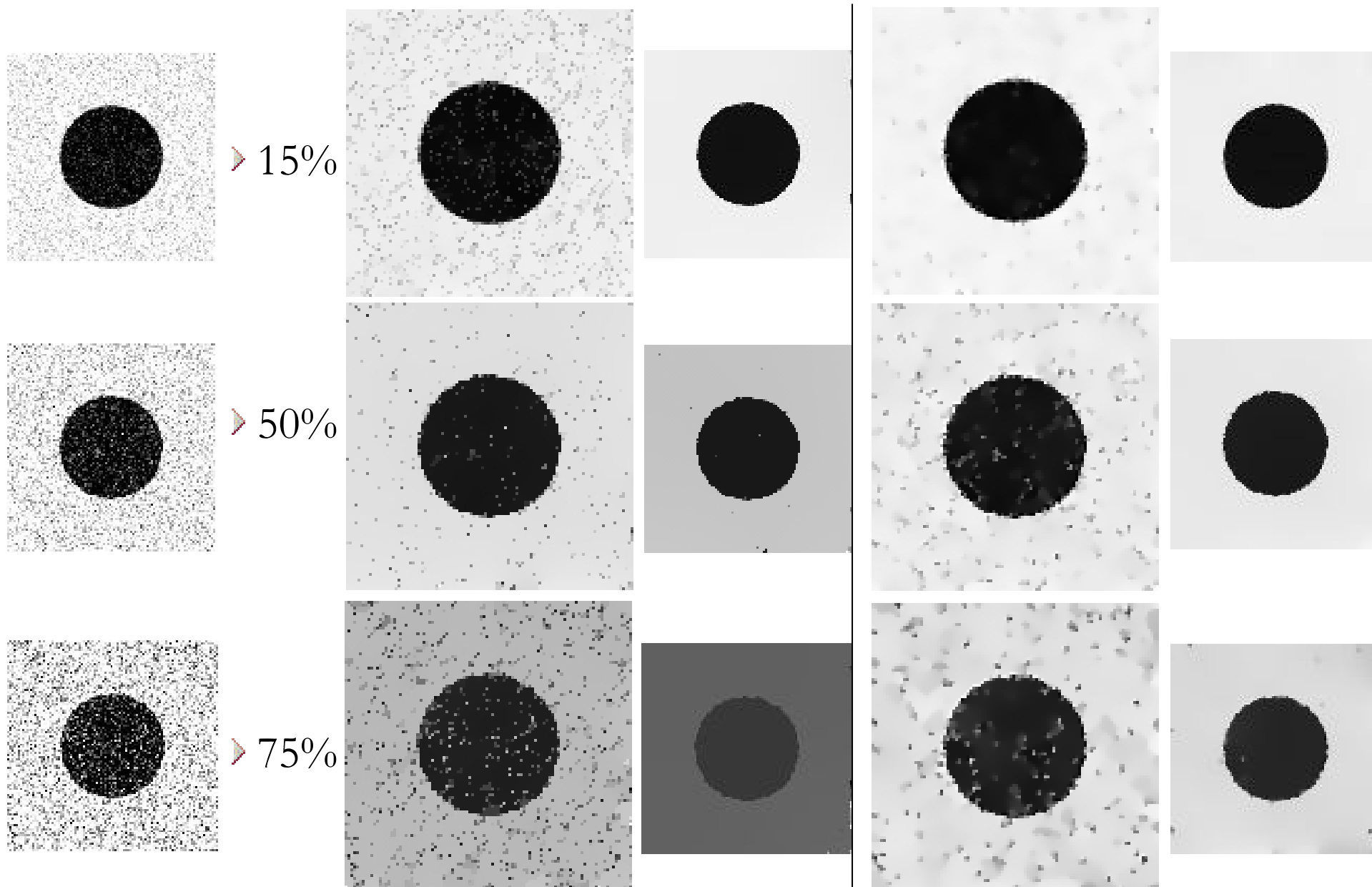
Rovnice vedení tepla

► rozmazání hran

► 75%



Porovnání metod na odstraňování šumu



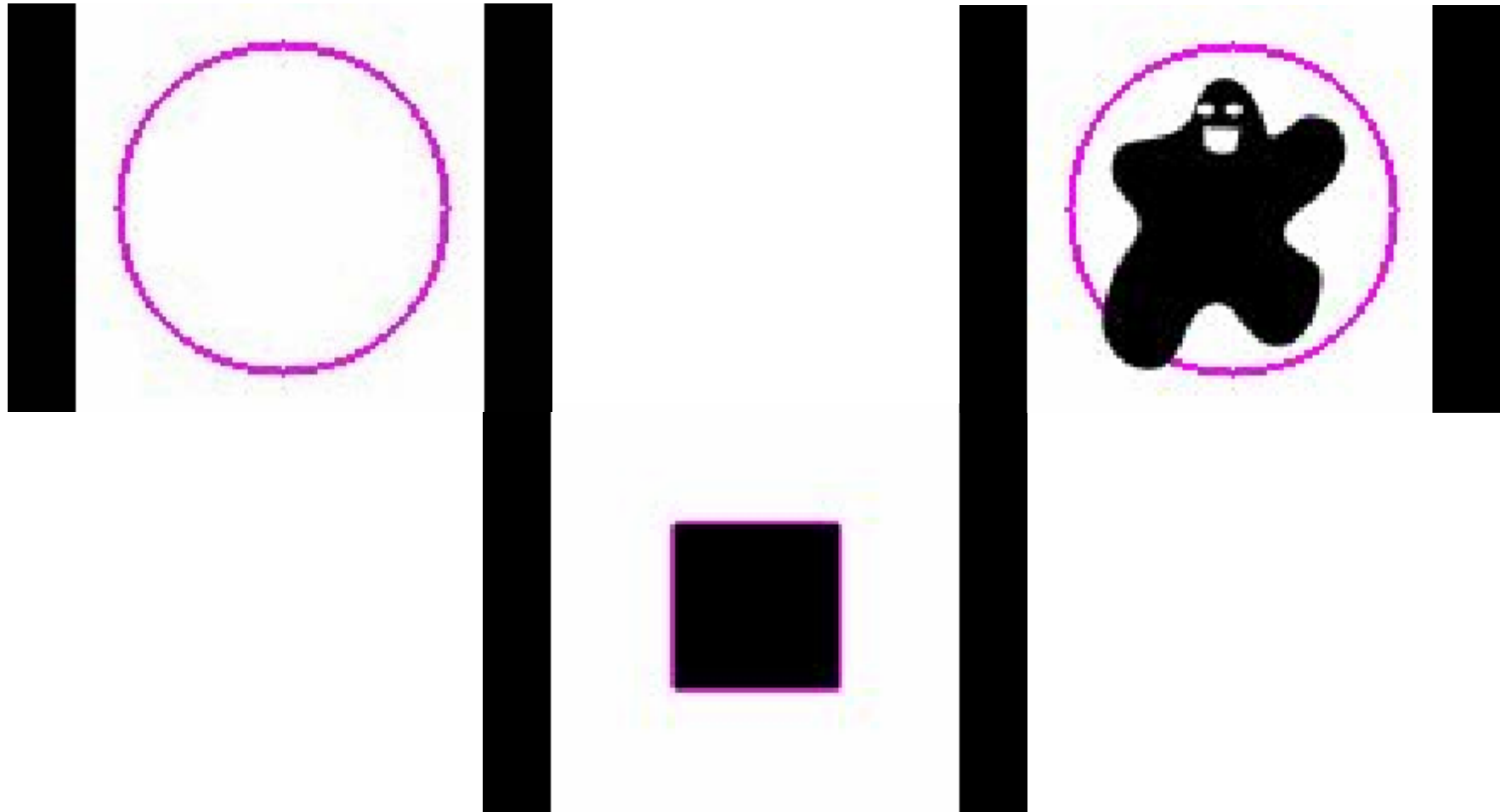
Regularizace modelu

- ▶ data s reálným šumem



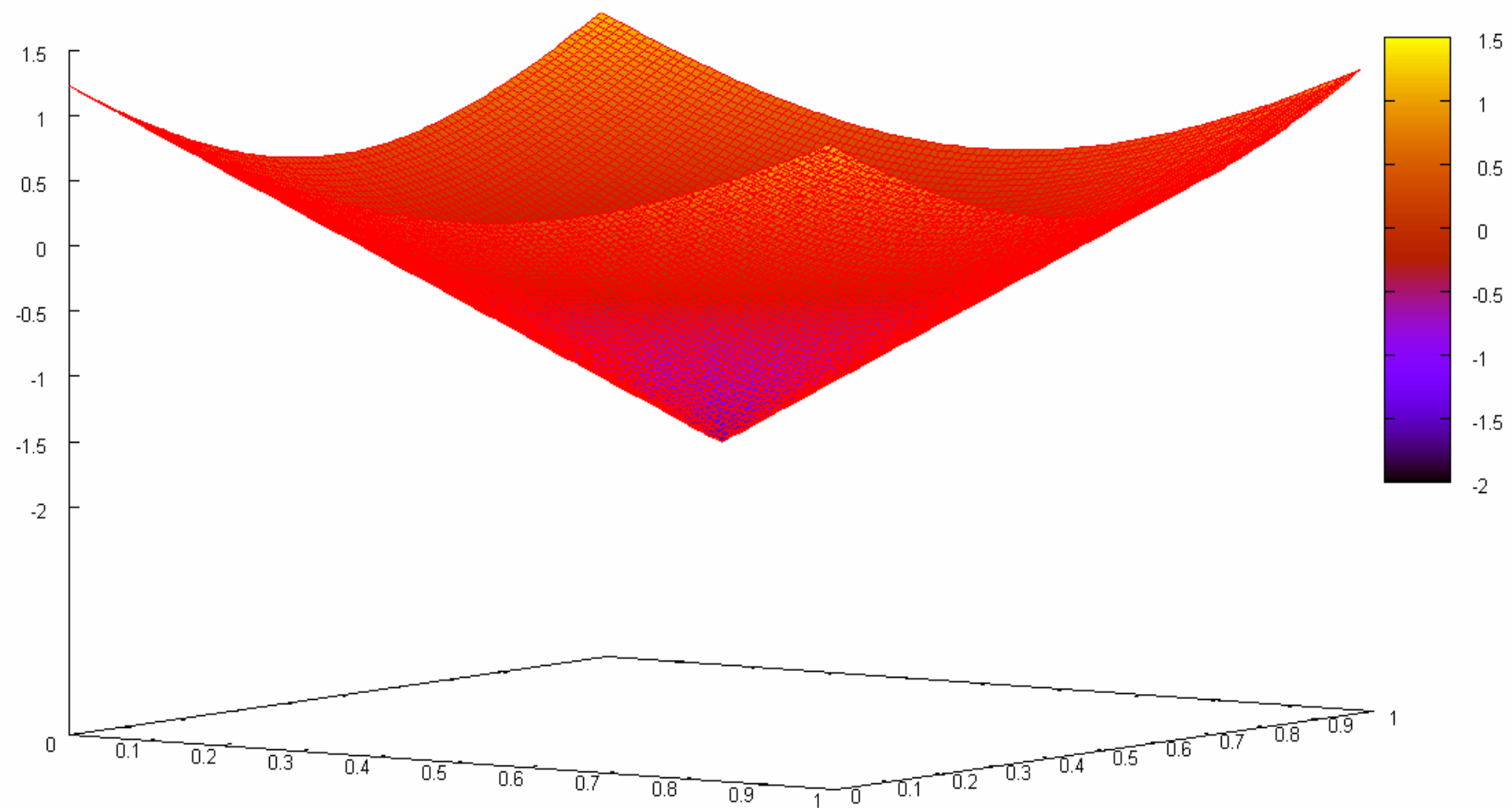
Level set model

► nulová vrstevnice



Level set model

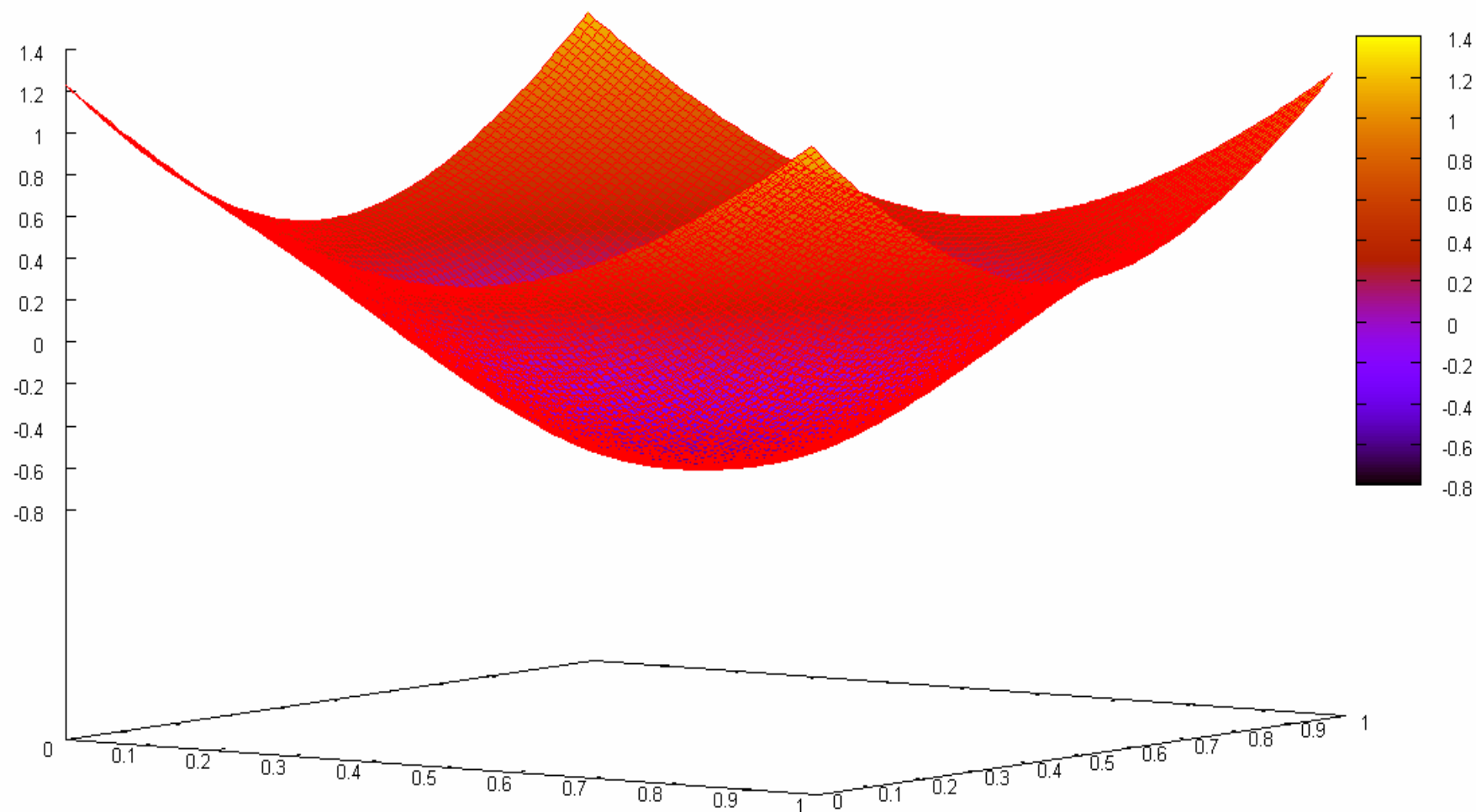
► tvar level set funkce - vstup



Level set model

► tvar level set funkce – $t=0.024$

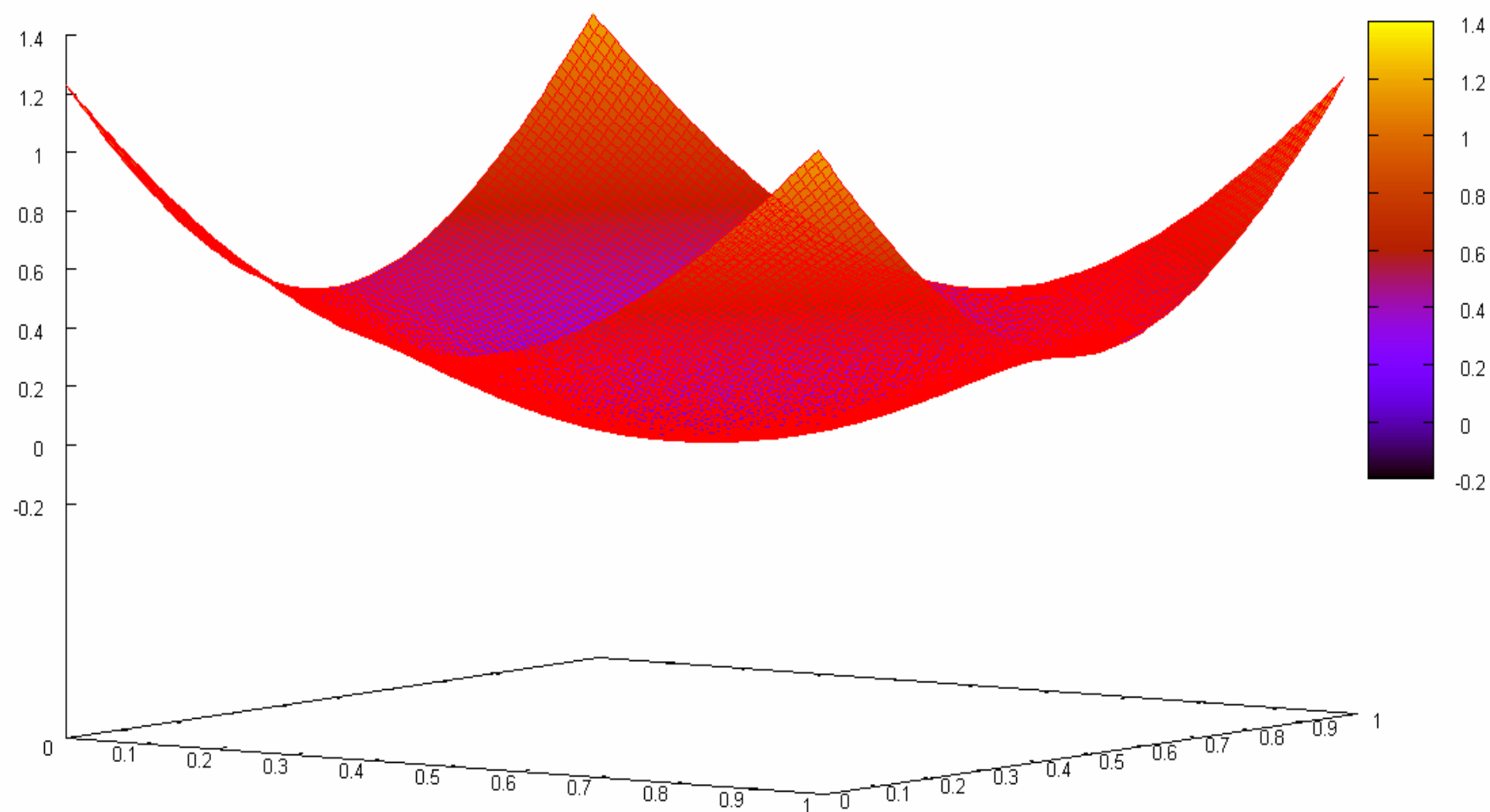
'u00024'



Level set model

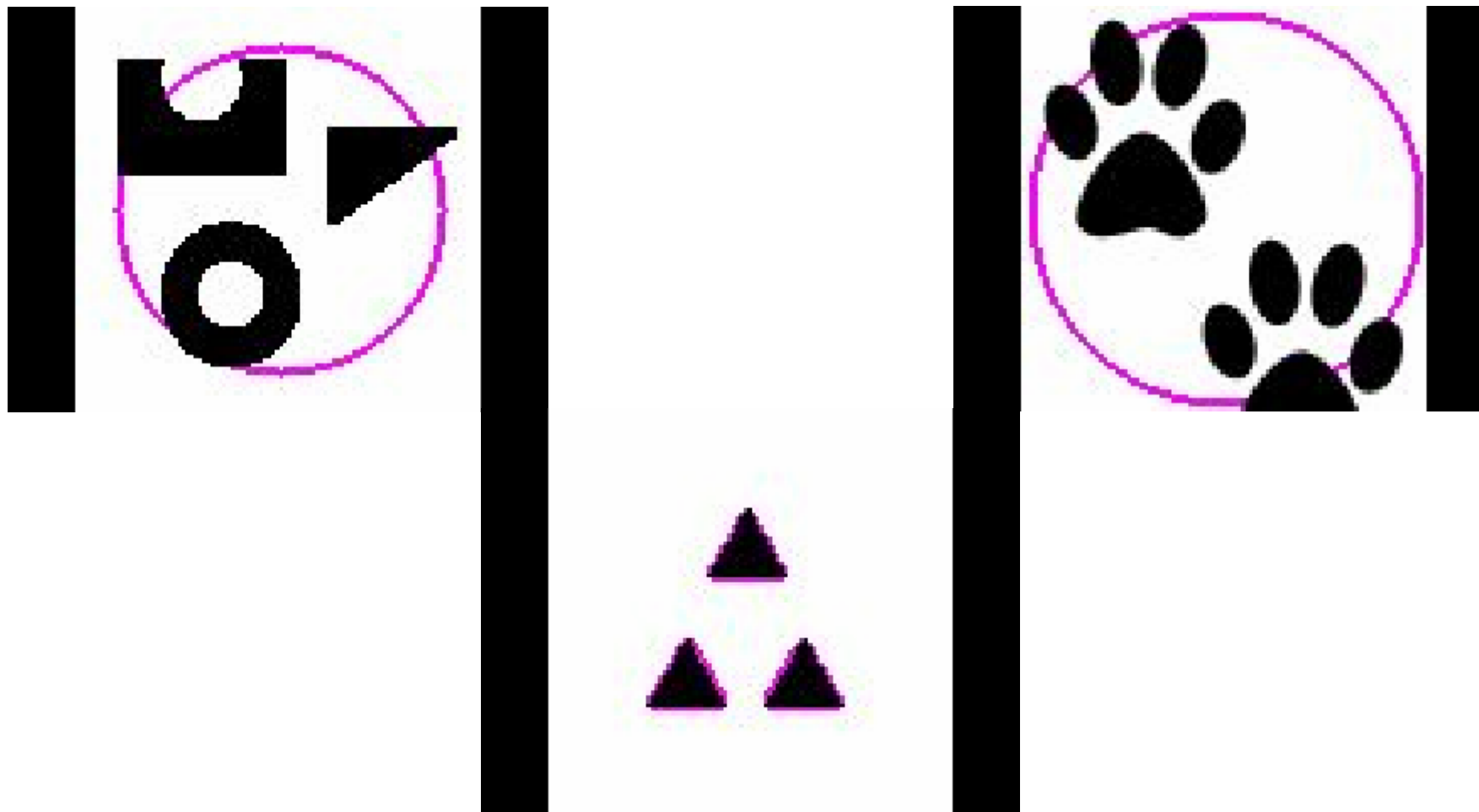
► tvar level set funkce – $t=0.068$

'u00068' —



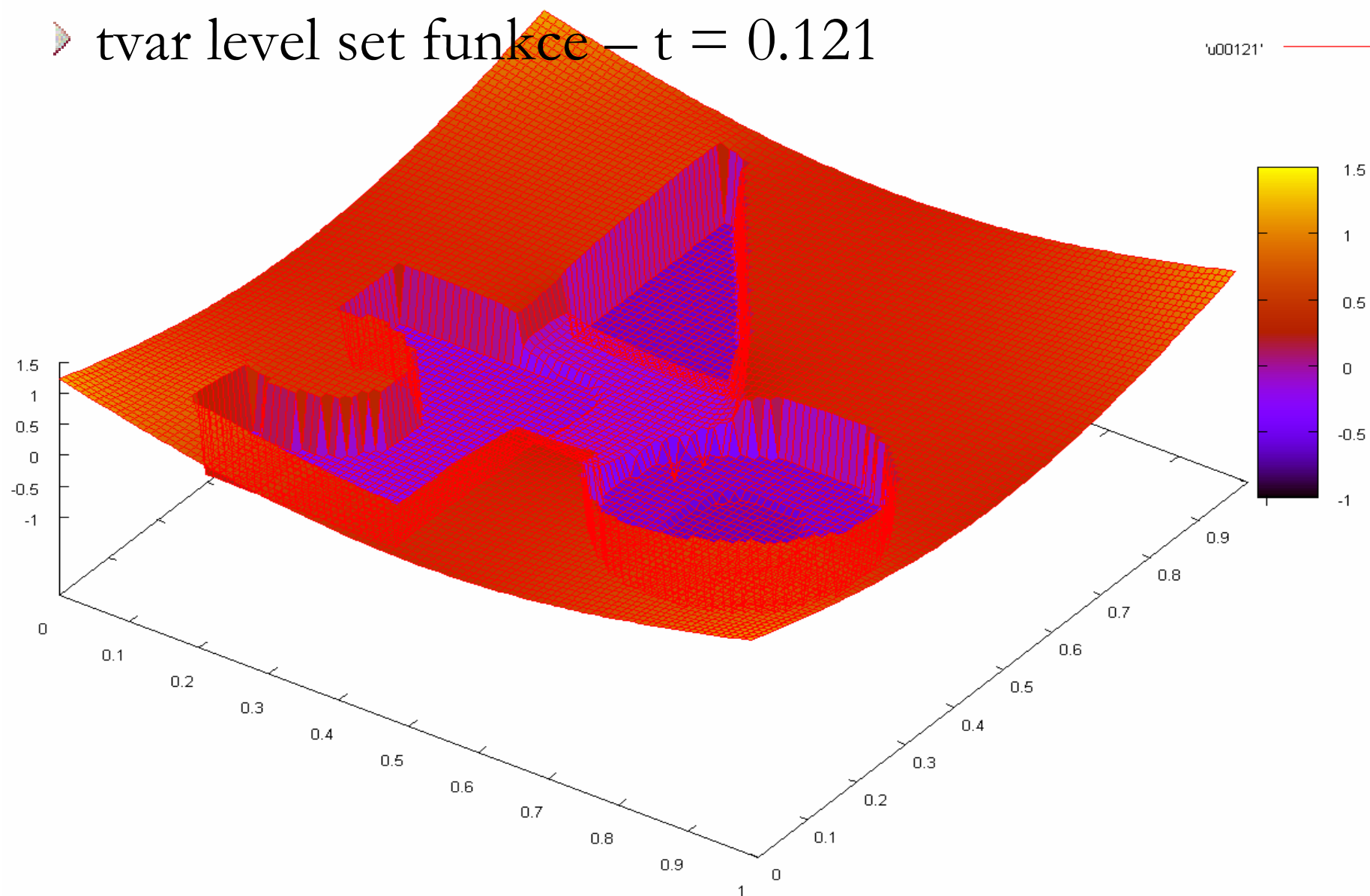
Level set model

- ▶ změna topologie



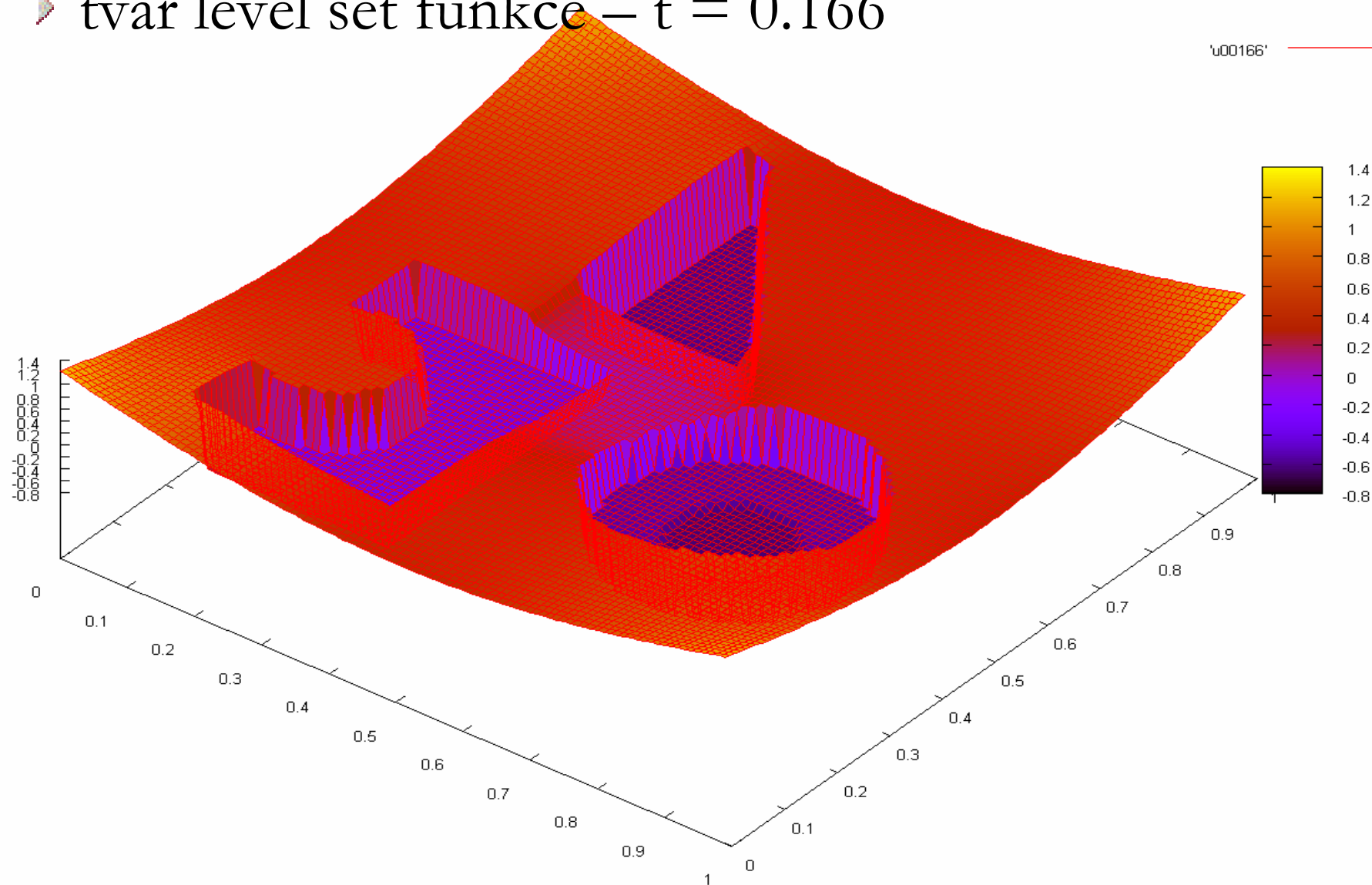
Level set model

► tvar level set funkce – $t = 0.121$



Level set model

► tvar level set funkce – $t = 0.166$



Level set model

► reálná data



Závěr

- ▶ představené modely pro odstraňování šumu fungují spolehlivě pro malé množství šumu
- ▶ level set metodu použijeme na data, u kterých nejprve odstraníme šum modelem Perona-Malik nebo jeho regularizovanou variantou, a to kvůli snížení časové náročnosti této metody
- ▶ zadané úkoly výzkumného úkolu se podařilo splnit

Děkuji za pozornost!