Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr

Numerická analýza vícefázového filtračního proudění v problematice znečištění podzemních vod

Radek Fučík

obhajoba diplomové práce
23. 6. 2006

Vedoucí práce : Ing. Jiří Mikyška, Ph. D.[1]
Konzultanti : Doc. Dr. Ing. Michal Beneš[1]
Prof. Tissa H. Illangasekare[2]

[1] FJFI, České vysoké učení technické v Praze
[2] CESEP, Colorado School of Mines, Golden, Colorado

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Ochrana podzemní vody

- prosakování nádrží
- kontaminace průmyslovými odpady
- zemědělská činnost (hnojení)
- vyčerpání zásob podzemní vody
- intruze slané vody

Předpověď pohybu tekutin v podzemí

- těžba ropy a zemního plynu
- unášení kontaminace v podzemí

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Omezení úlohy

- dvoufázové proudění
- nestlačitelné fáze
- nemísivé fáze
- jednorozměrná přesná řešení

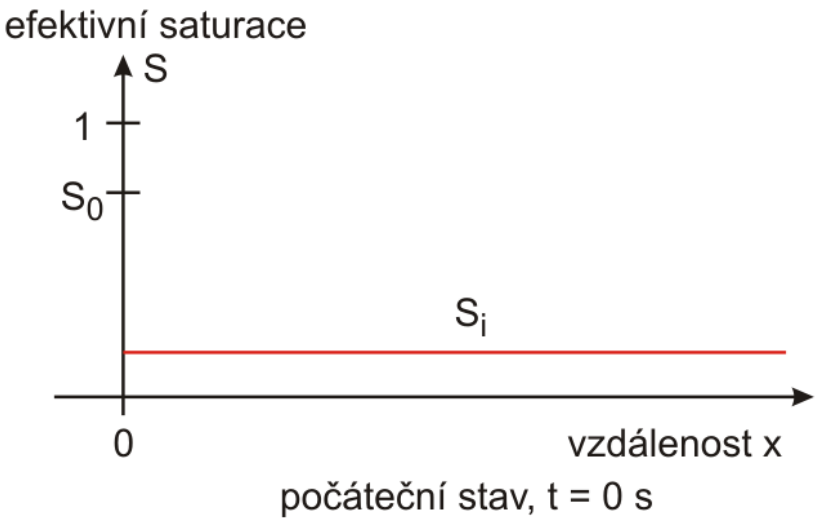
Užití přesných řešení

- analýza numerických schémat
- studium vlivu kapilarity v homogenním a heterogenním prostředí

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ARt^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

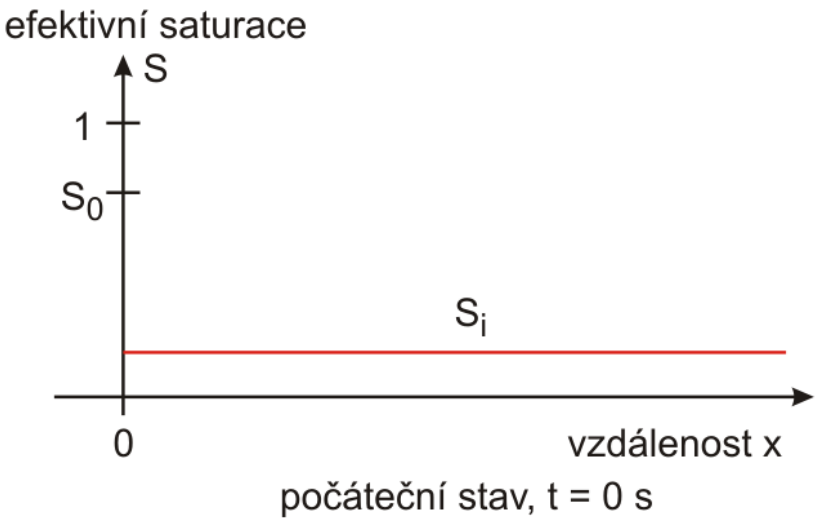


Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ARt^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

- $S = S(t,x) \in [0,1]$ ... **efektivní saturace** - neznámá funkce

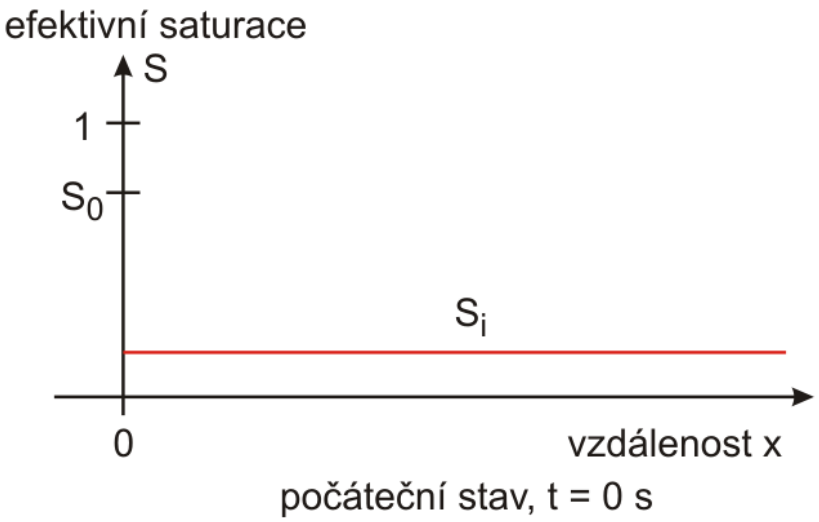


Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ARt^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

- $S = S(t,x) \in [0,1]$ ... **efektivní saturace** - neznámá funkce
- $A > 0$ ... velikost vstupního toku, $A = A(S_0)$

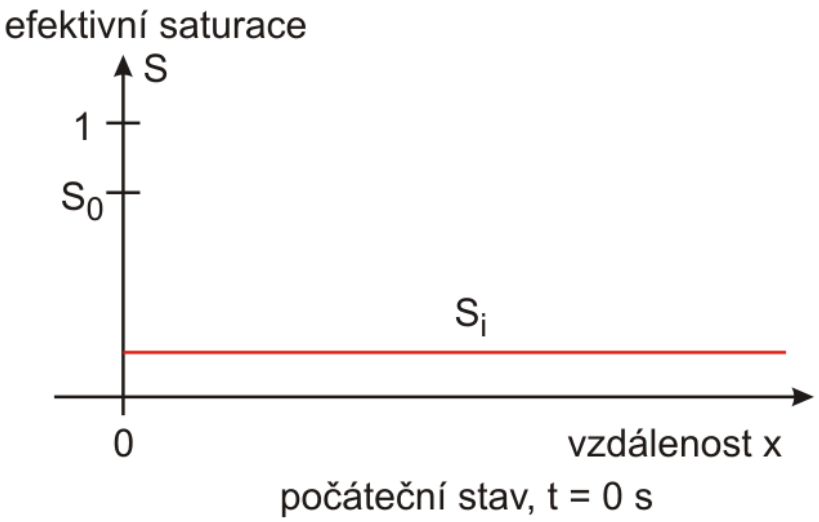


Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ART^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

- $S = S(t,x) \in [0,1]$ ... **efektivní saturace** - neznámá funkce
- $A > 0$ ... velikost vstupního toku, $A = A(S_0)$
- $R \in \{0,1\}$ ... poměr celkového toku k vstupnímu

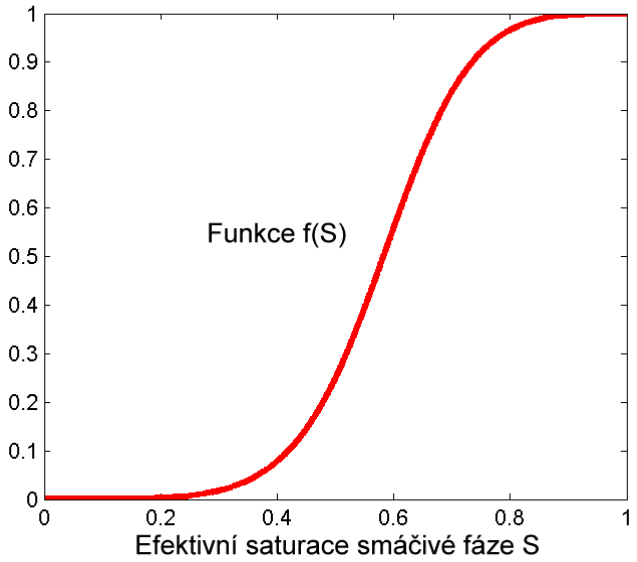


Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ART^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

- $S = S(t,x) \in [0,1]$ ... **efektivní saturace** - neznámá funkce
- $A > 0$ ... velikost vstupního toku, $A = A(S_0)$
- $R \in \{0,1\}$ ... poměr celkového toku k vstupnímu

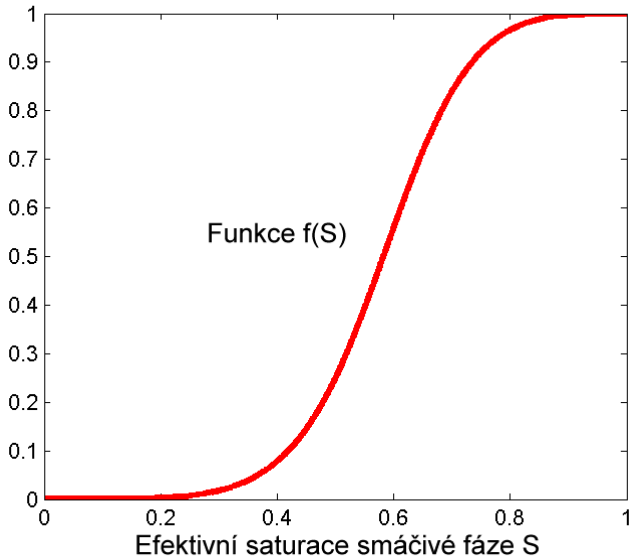


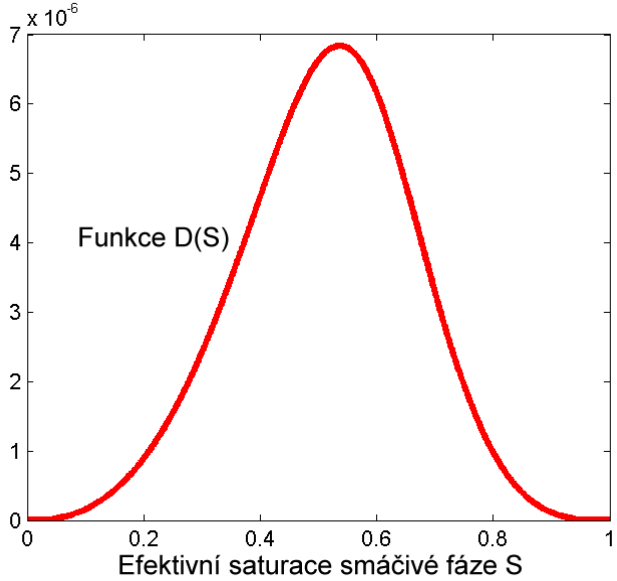
Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Jednorozměrná (advekčně - difuzní) rovnice

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t} + ARt^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial f(S)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0$$

- $S = S(t,x) \in [0,1]$ ... **efektivní saturace** - neznámá funkce
- $A > 0$ ... velikost vstupního toku, $A = A(S_0)$
- $R \in \{0,1\}$ ... poměr celkového toku k vstupnímu





Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

- Přesné řešení se implicitně získá z

$$x = F'(S)\frac{2A(1 - Rf(S_i))}{\vartheta\Phi}\sqrt{t}$$

Přesné řešení

Integrální rovnice

- Přesné řešení se implicitně získá z

$$x = F'(S)\frac{2A(1 - Rf(S_i))}{\vartheta\Phi}\sqrt{t}$$

- Funkce $F(S)$ se získá z integrální rovnice

$$F(S) = 1 - \frac{\int_S^{S_0} \frac{(v-S)\ D(v)}{F(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}{\int_{S_i}^{S_0} \frac{(v-S_i)\ D(v)}{F(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}.$$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

- Přesné řešení se implicitně získá z

$$x = F'(S)\frac{2A(1 - Rf(S_i))}{\vartheta\Phi}\sqrt{t}$$

- Funkce $F(S)$ se získá z integrální rovnice

$$F_{k+1}(S) = 1 - \frac{\int_S^{S_0} \frac{(v-S)\ D(v)}{F_k(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}{\int_{S_i}^{S_0} \frac{(v-S_i)\ D(v)}{F_k(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}.$$

- McWhorter a Sunada navrhují řešit integrální rovnici numerickým iterováním, kde $F_0 \equiv 1$.

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

- Přesné řešení se implicitně získá z

$$x = F'(S)\frac{2A(1 - Rf(S_i))}{\vartheta\Phi}\sqrt{t}$$

- Funkce $F(S)$ se získá z integrální rovnice

$$F_{k+1}(S) = 1 - \frac{\int_S^{S_0} \frac{(v-S)\ D(v)}{F_k(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}{\int_{S_i}^{S_0} \frac{(v-S_i)\ D(v)}{F_k(v)-\varphi(v)}\,\mathrm{d}v}.$$

- McWhorter a Sunada navrhují řešit integrální rovnici numerickým iterováním, kde $F_0 \equiv 1$.
- (přesné řesení = kvazi-analytické)

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

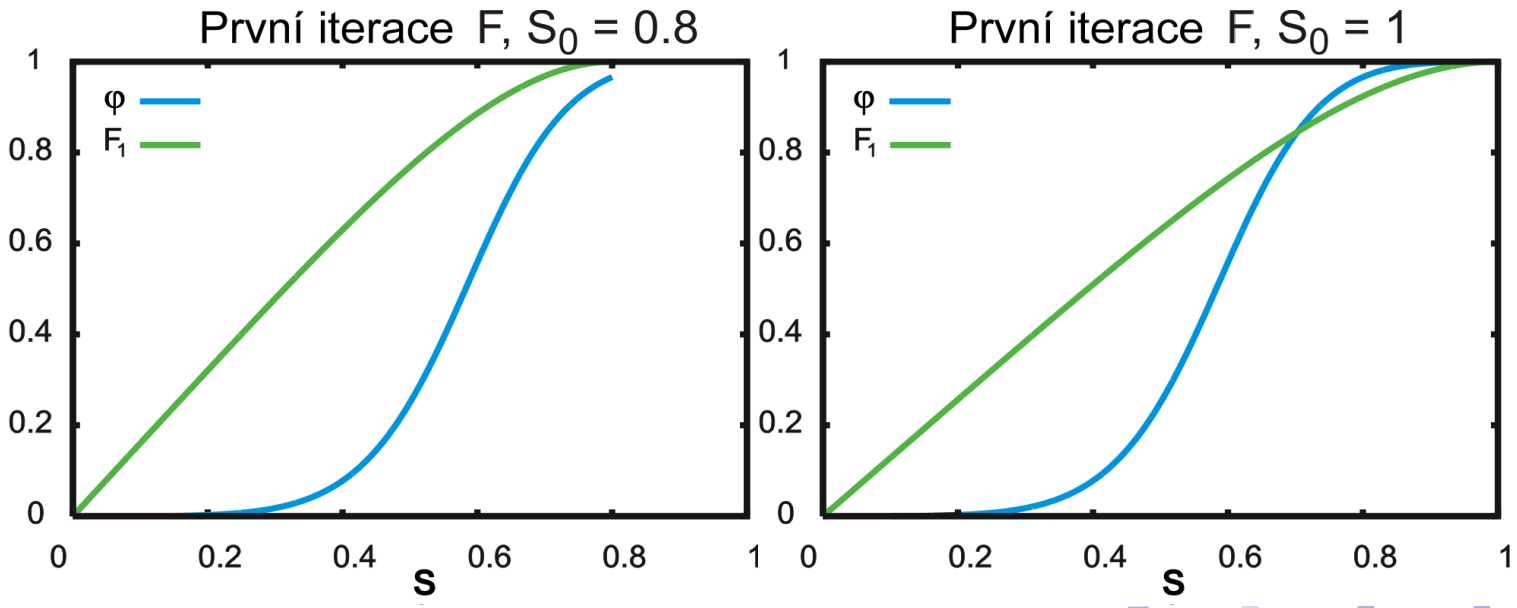
Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

První iteraci F_1 lze získat analytickou integrací (pro $k = 0$) z

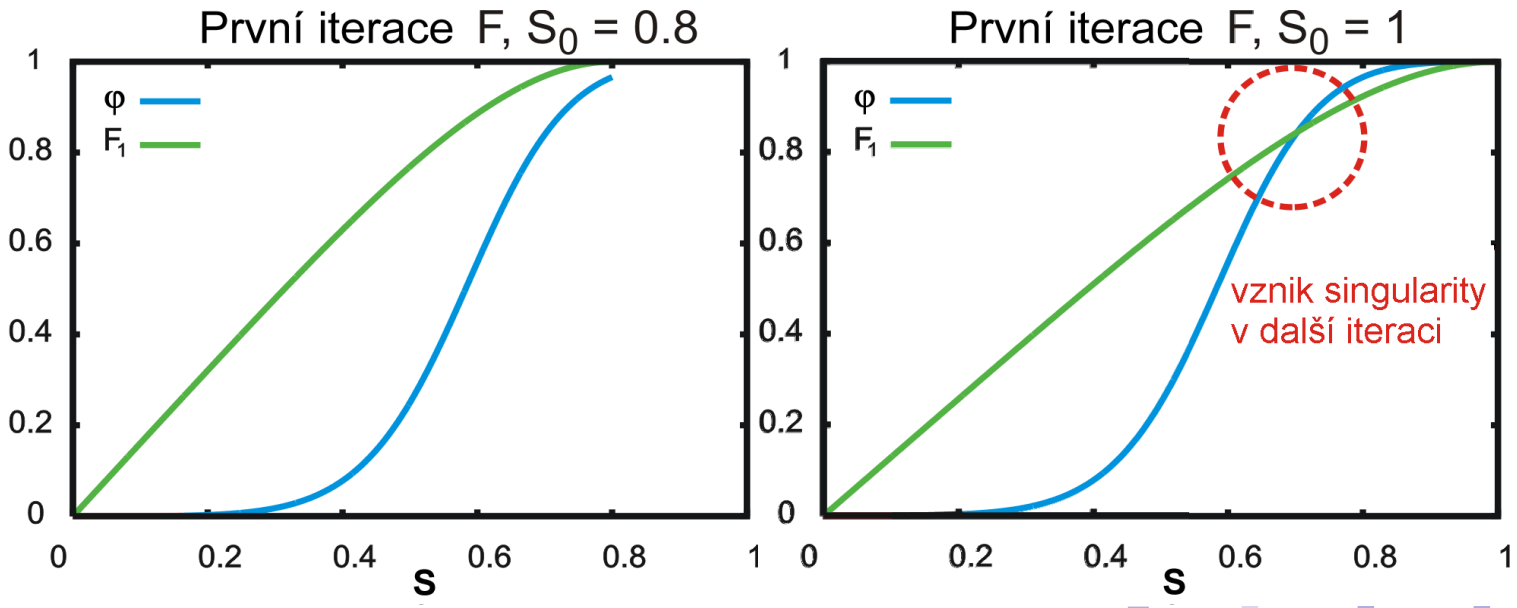
$$F_{k+1}(S) = 1 - \frac{\int_S^{S_0} \frac{(s-S)\ D(s)}{F_k - \varphi(s)}\, \mathrm{d}s}{\int_{S_i}^{S_0} \frac{s\ D(s)}{F_k - \varphi(s)}\, \mathrm{d}s}.$$



Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

První iteraci F_1 lze získat analytickou integrací (pro $k = 0$) z

$$F_{k+1}(S) = 1 - \frac{\int_S^{S_0} \frac{(s-S)\ D(s)}{F_k - \varphi(s)}\, \mathrm{d}s}{\int_{S_i}^{S_0} \frac{s\ D(s)}{F_k - \varphi(s)}\, \mathrm{d}s}.$$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ?

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Substituce $G \equiv \frac{D}{F-\varphi}$ umožňuje získat dvě modifikovaná iterační schémata:

varianta A :

$$G_{k+1}(S) = D(S) + G_k(S) \left(\varphi(S) + \frac{\int_S^{S_0} (v - S_e)\, G_k(v)\, \mathrm{d}v}{\int_{S_i}^{S_0} (v - S_i)\, G_k(v)\, \mathrm{d}v} \right)$$

varianta B :

$$G_{k+1}(S) = (D(S) + G_k(S)\, \varphi(S)) \left(1 - \frac{\int_{S_e}^{S_0} (v - S)\, G_k(v)\, \mathrm{d}v}{\int_{S_i}^{S_0} (v - S_i)\, G_k(v)\, \mathrm{d}v} \right)^{-1}$$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Modifikovaná iterační schémata : konvergentní pro všechna $R \in [0,1)$ a $S_0 \in [0,1]$, avšak pro $R = 1$ a S_0 blízko 1:

- počet iterací pro danou přesnost přírůstků G_k výrazně roste
- iterační proces selže kvůli numerickým chybám (sčítání velmi malých čísel při integraci)

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \rightarrow 1-$?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \rightarrow 1-$?

Buckleyho a Leverettovo řešení = analytické řešení metodou charakteristik hyperbolické úlohy

$$\vartheta\Phi\frac{\partial S}{\partial t}+ARt^{-\frac{1}{2}}\ \frac{\partial f(S)}{\partial x} = 0$$

t.j. dvoufázová rovnice bez difuzního členu

Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

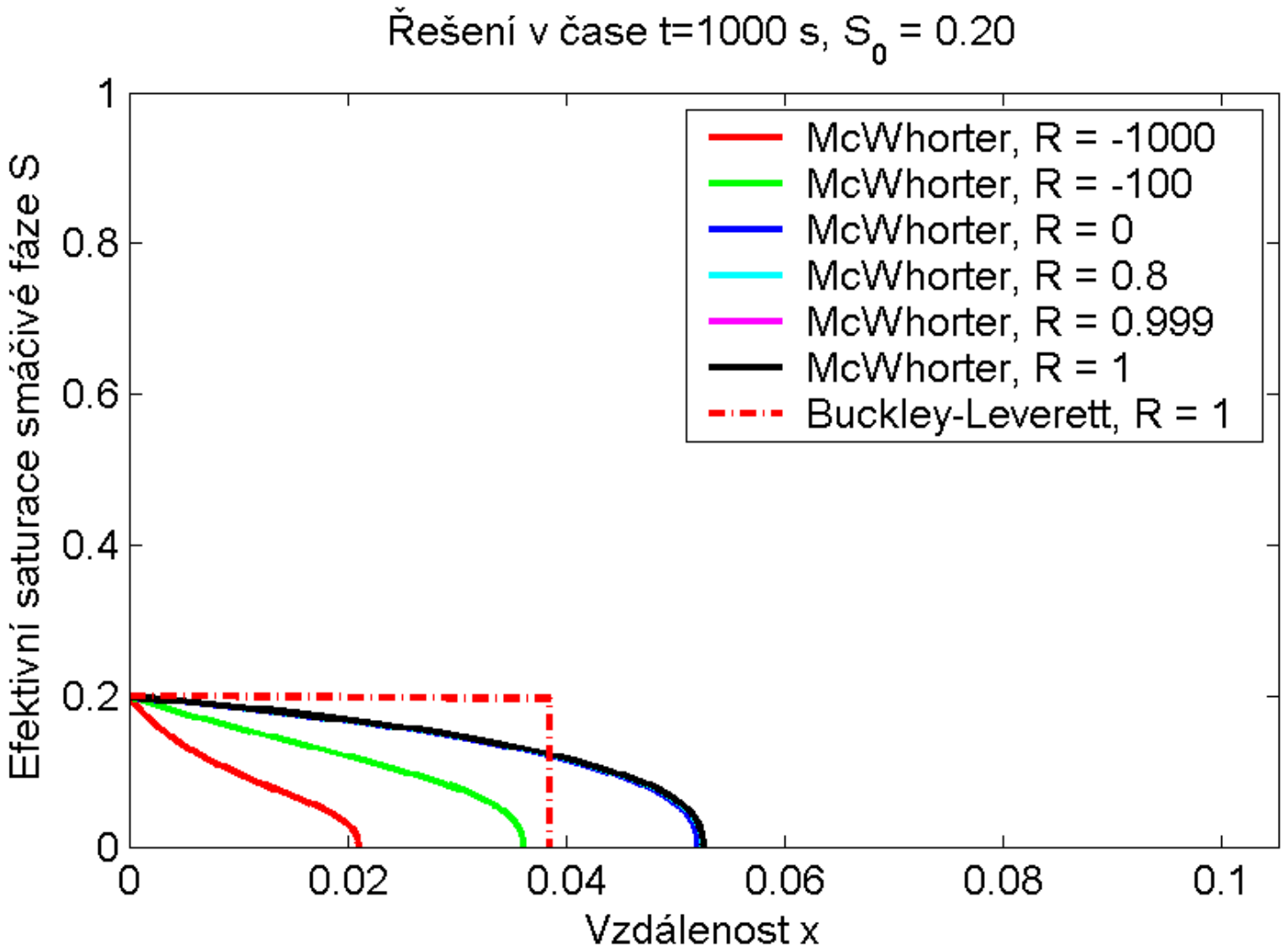
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

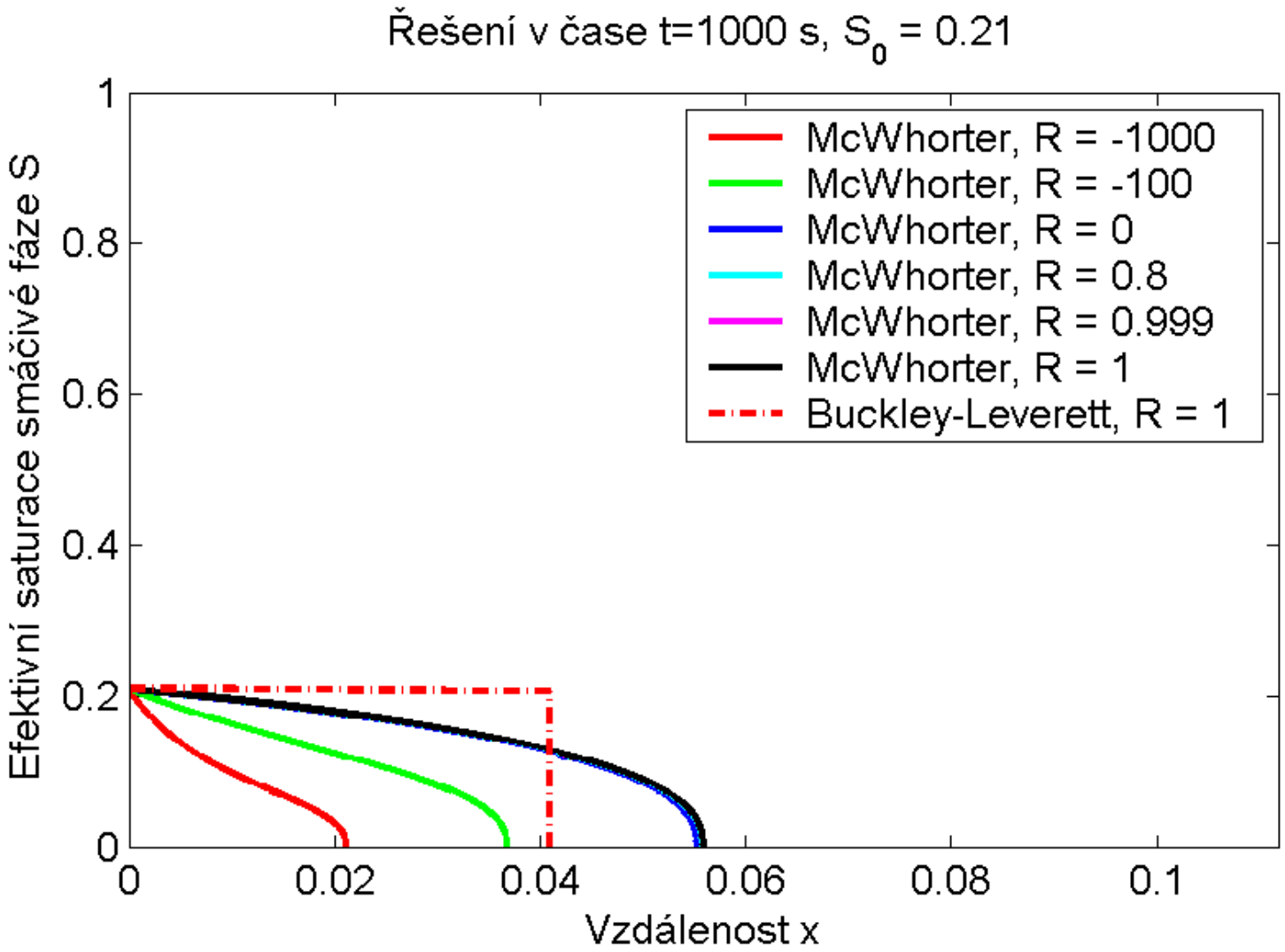
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



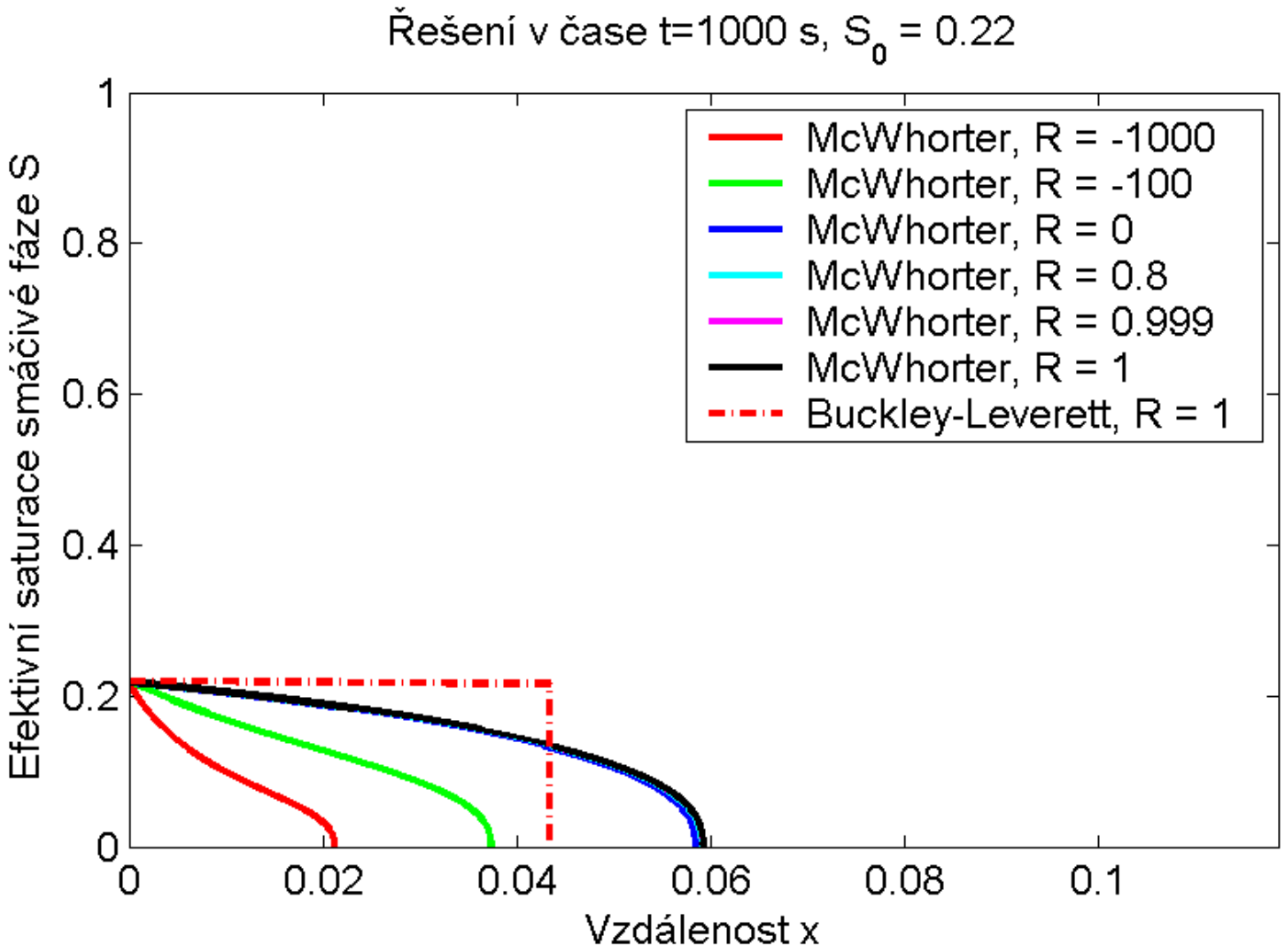
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



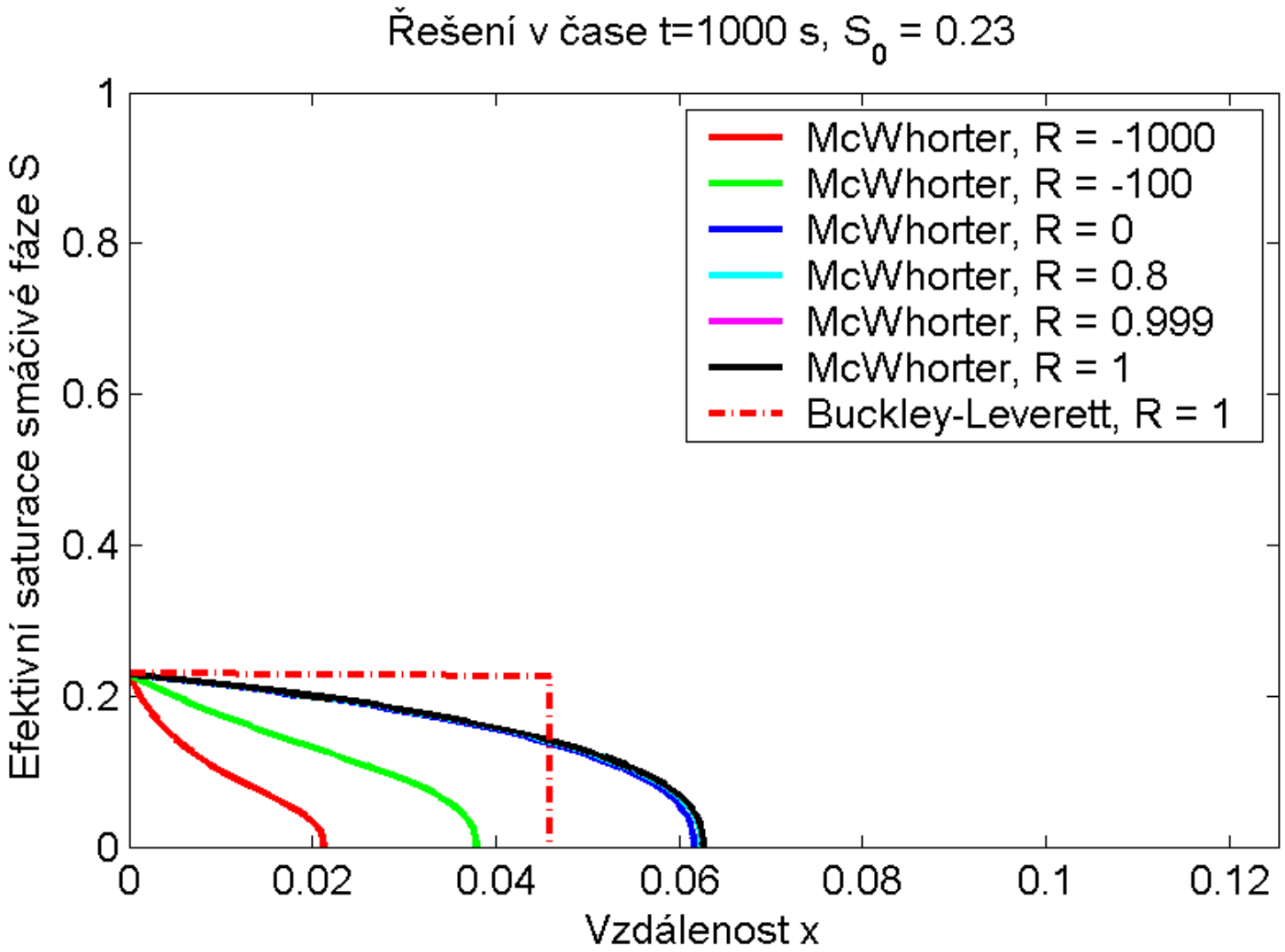
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



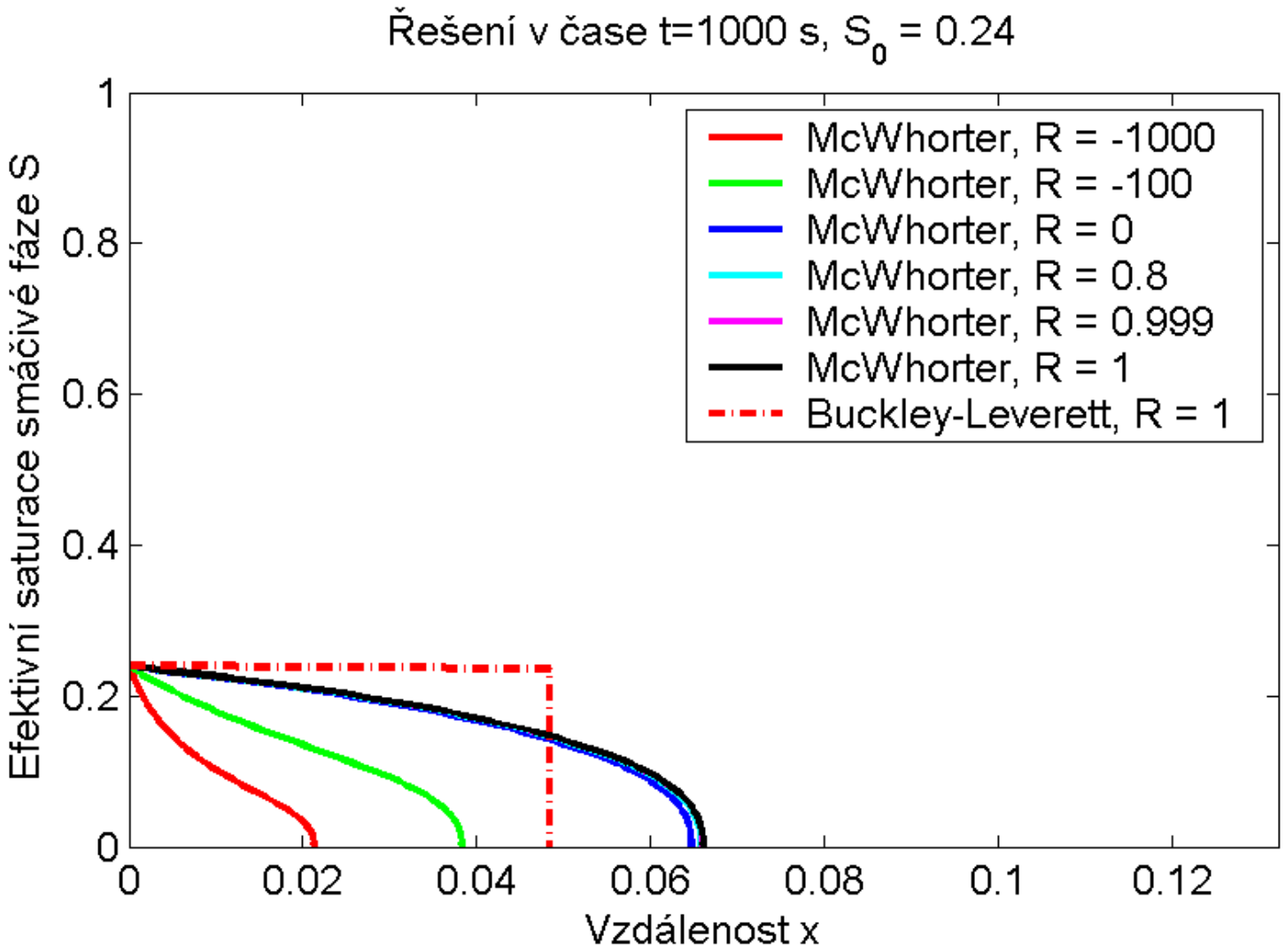
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



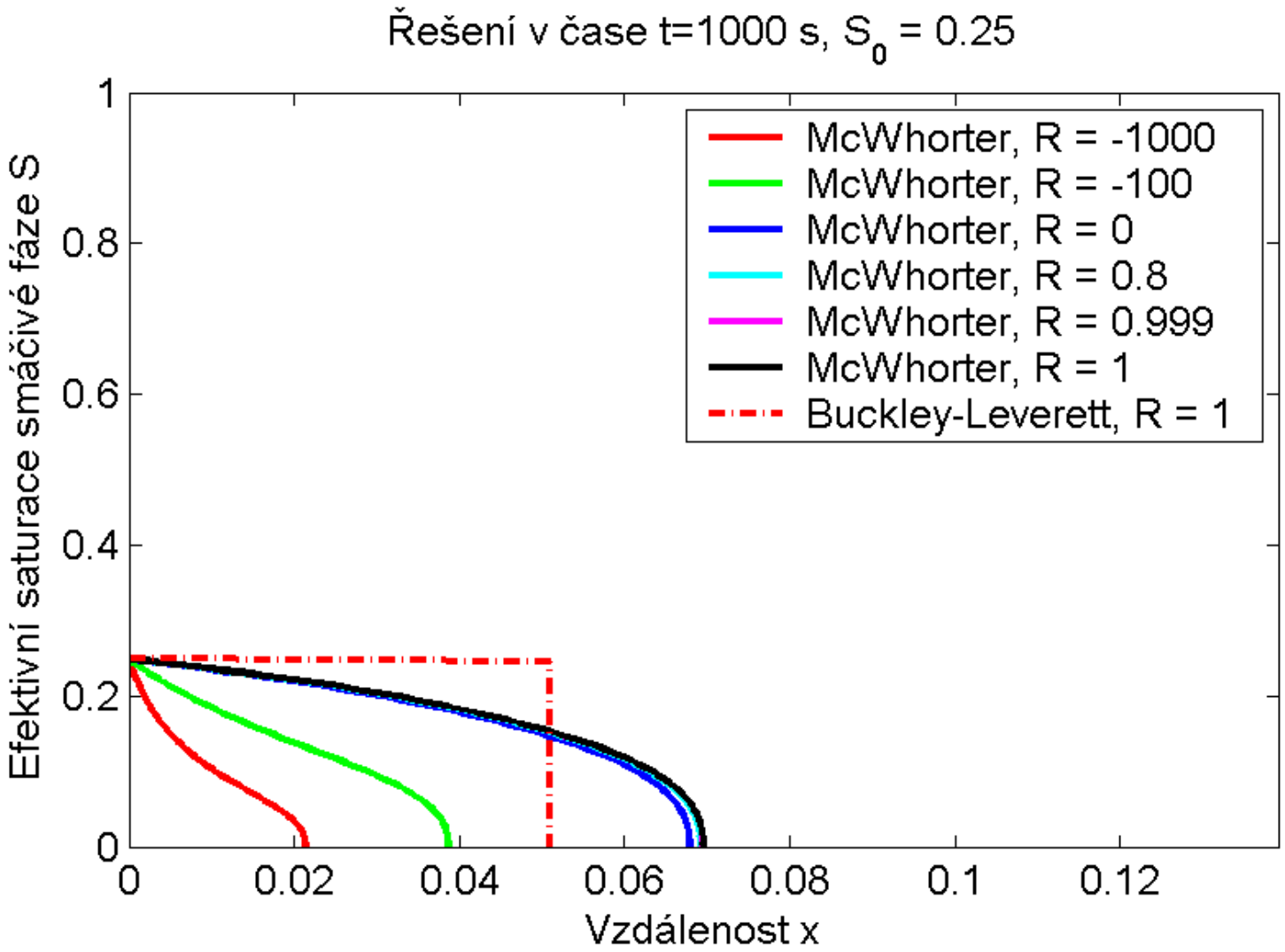
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

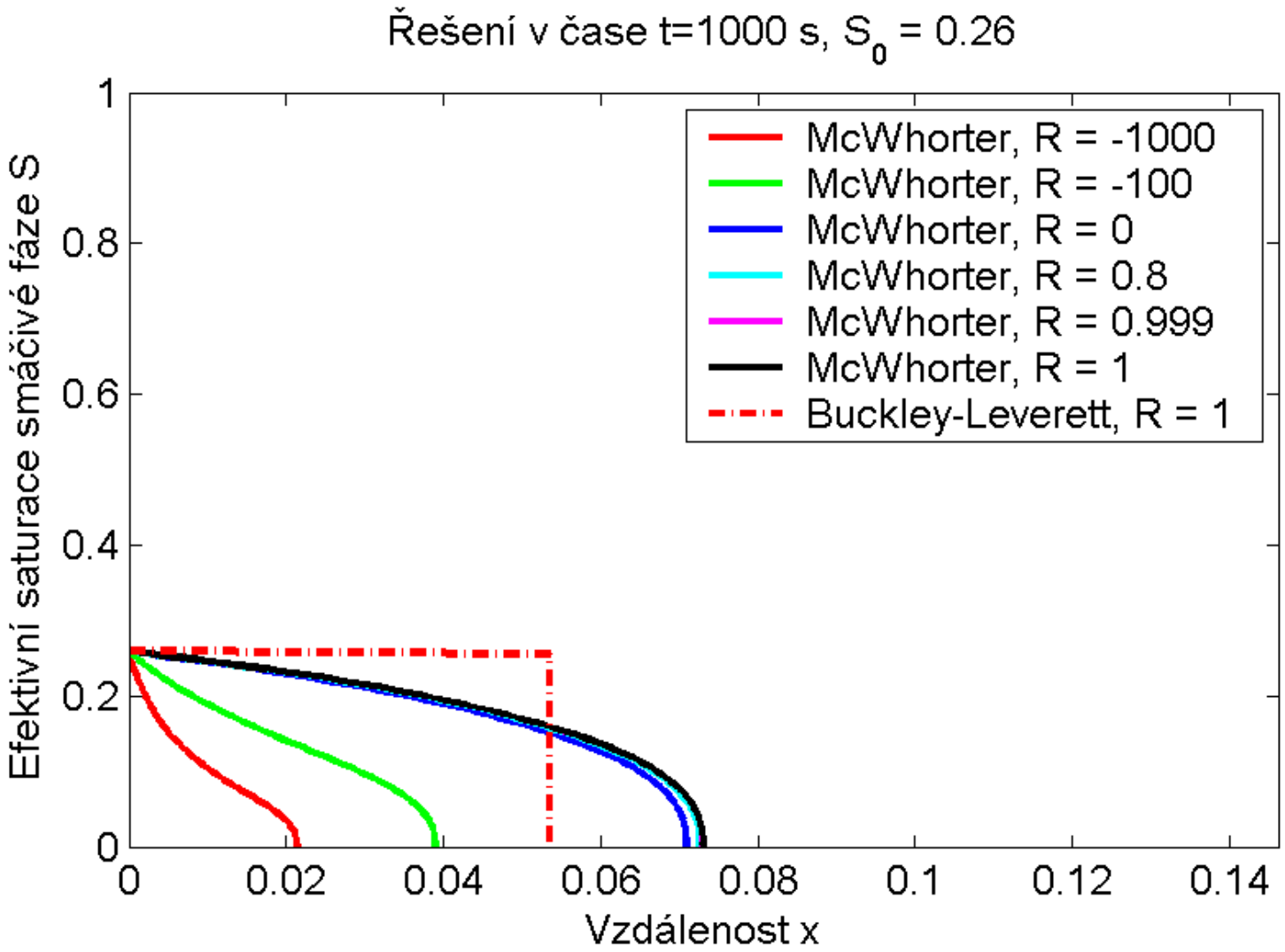
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

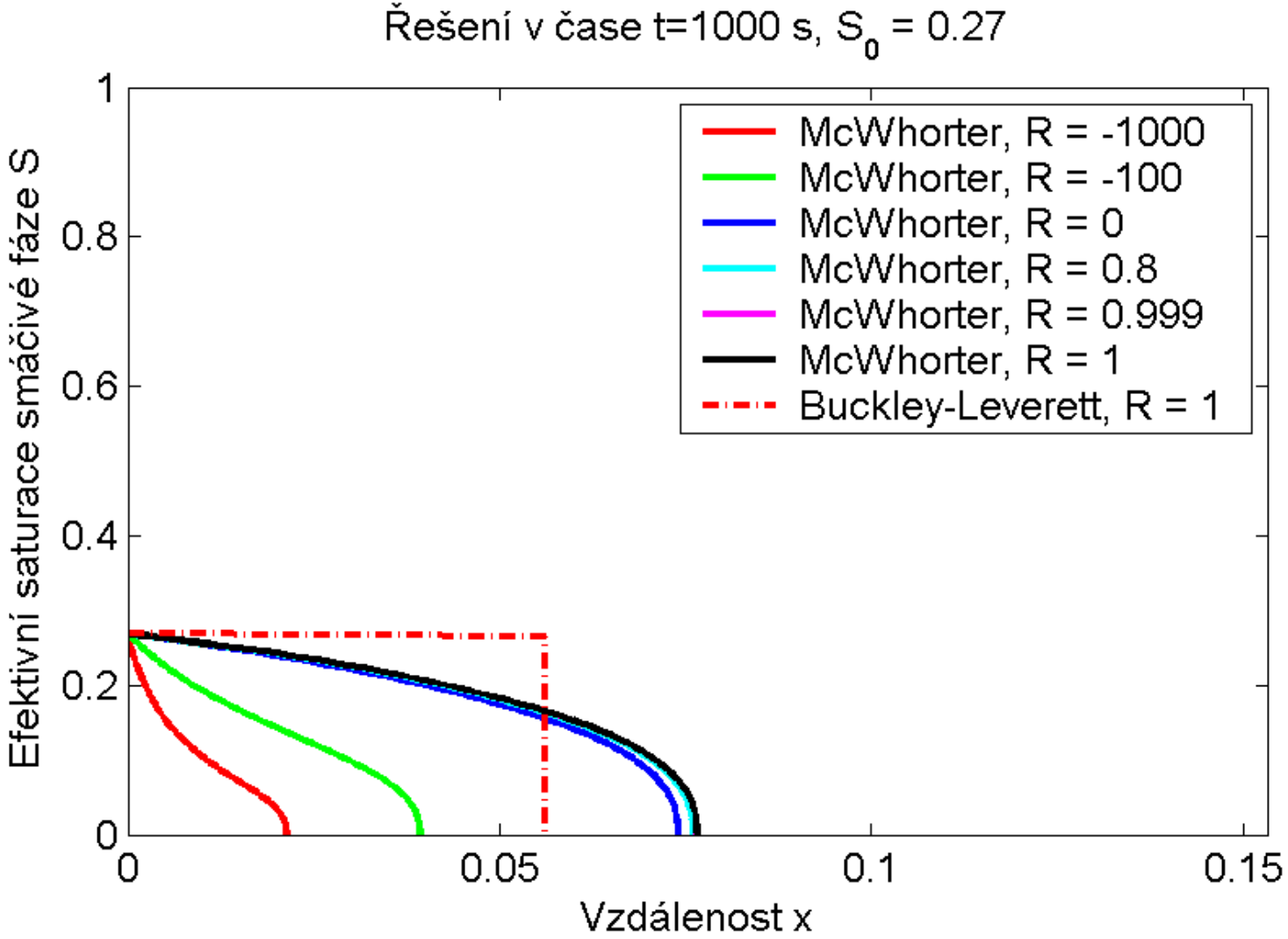
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



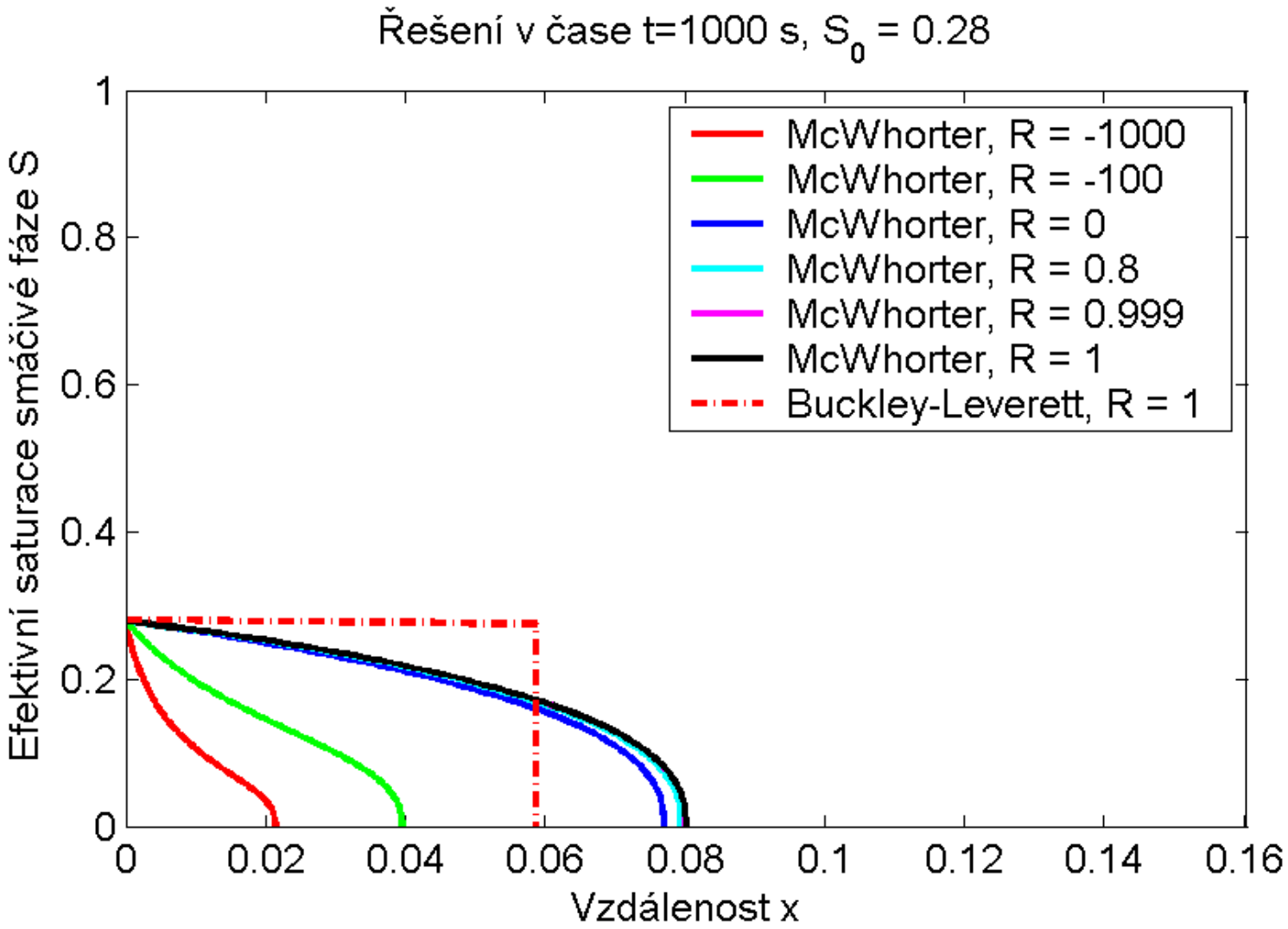
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

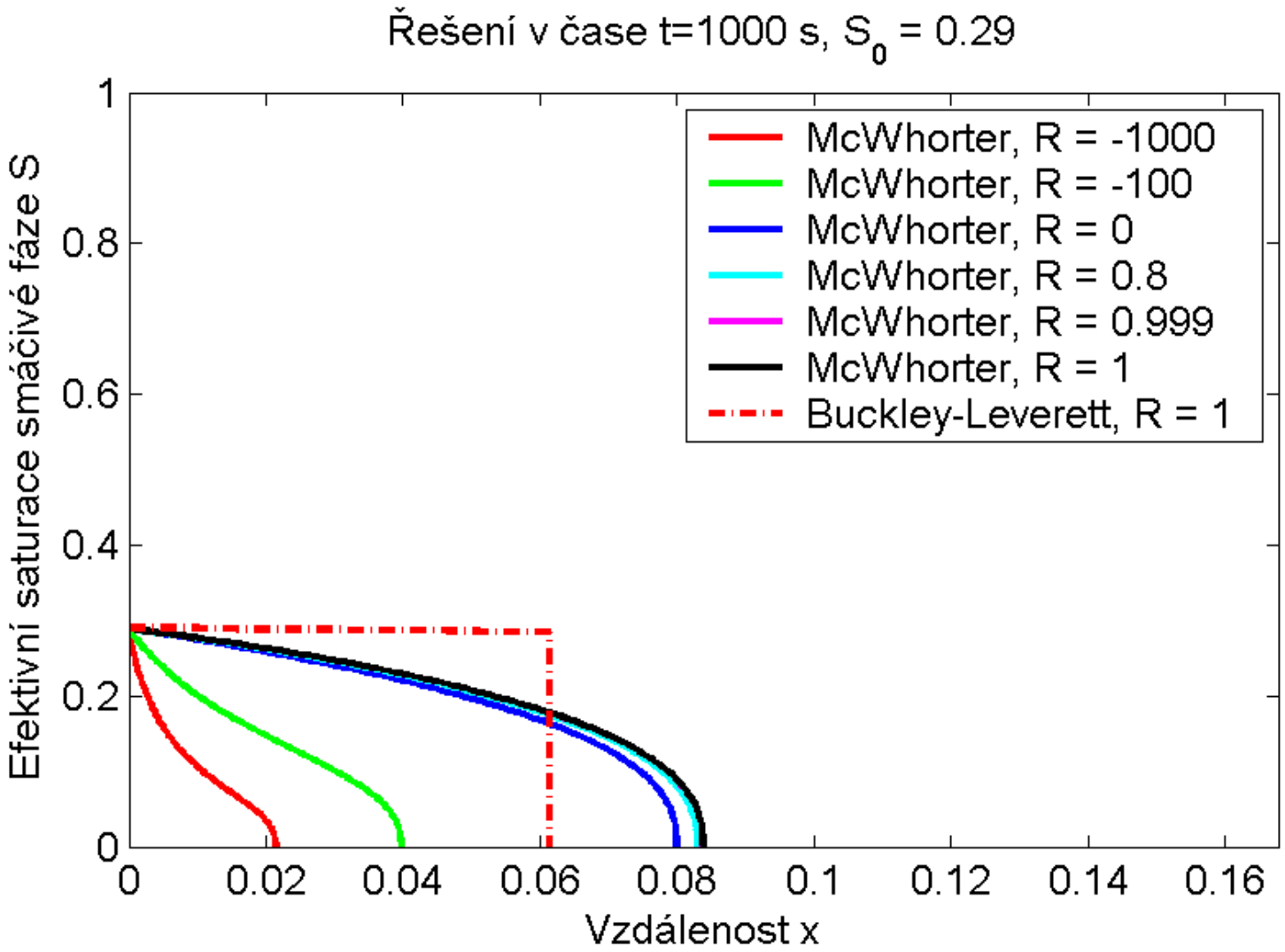
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

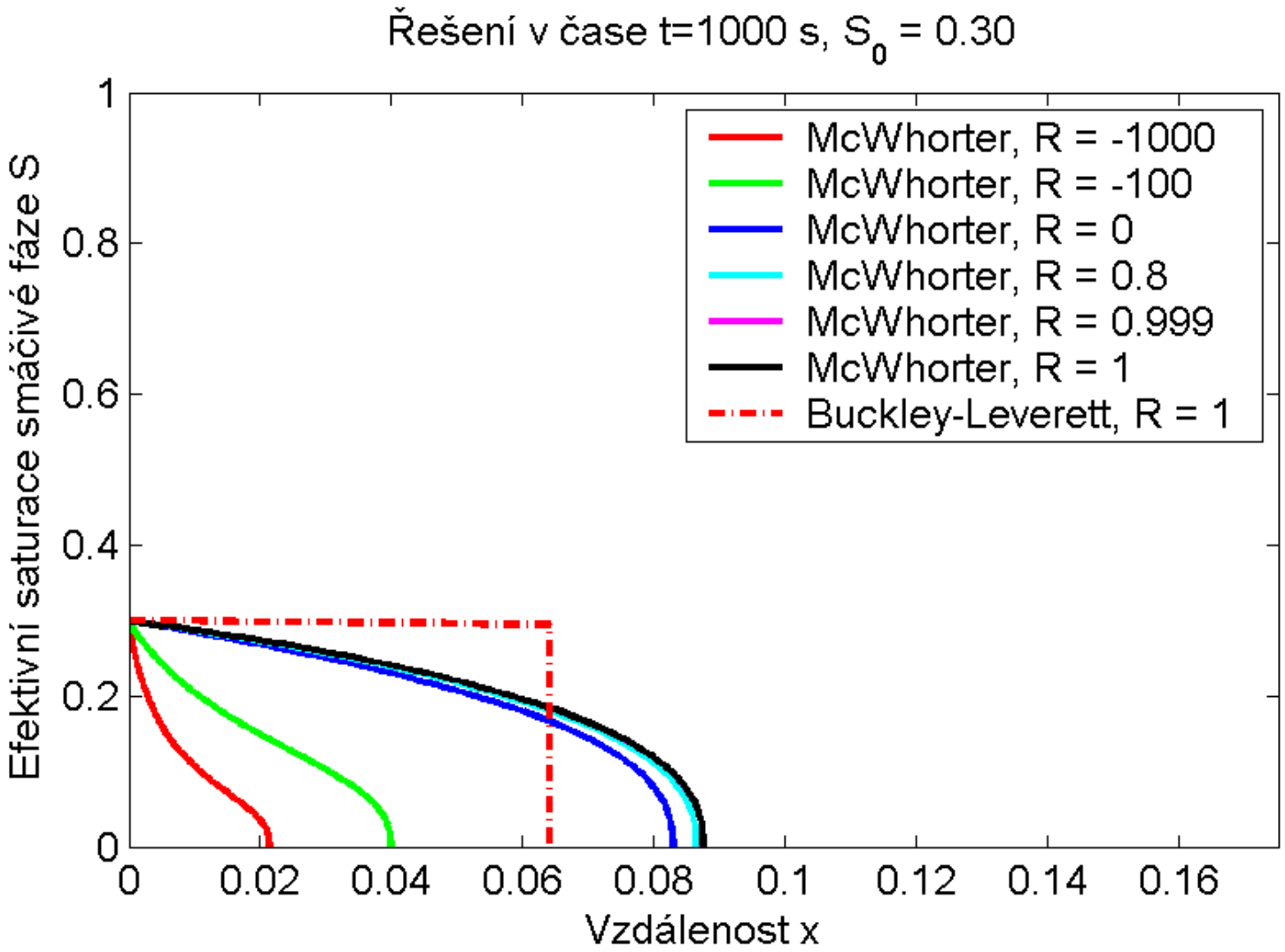
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

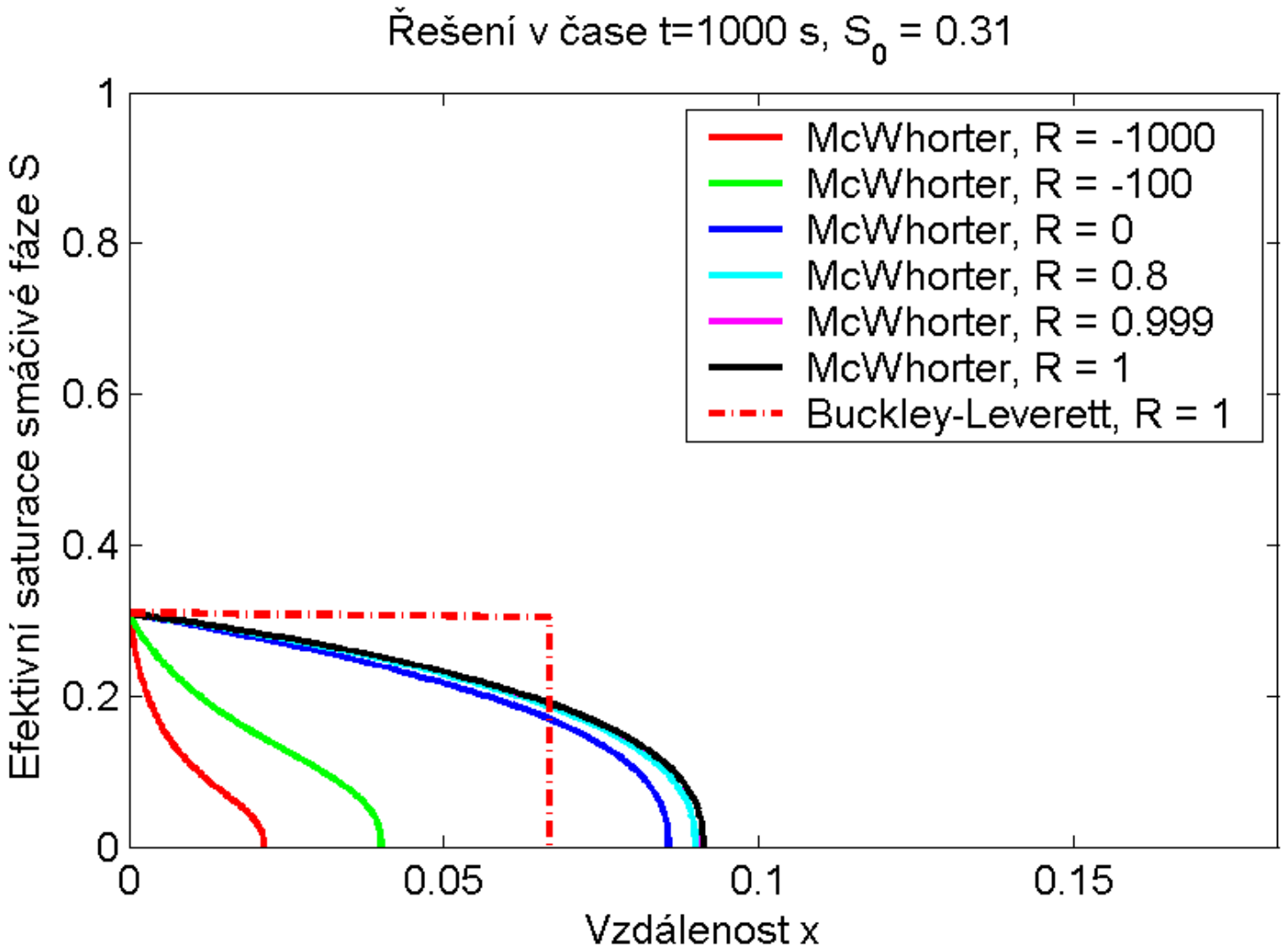
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

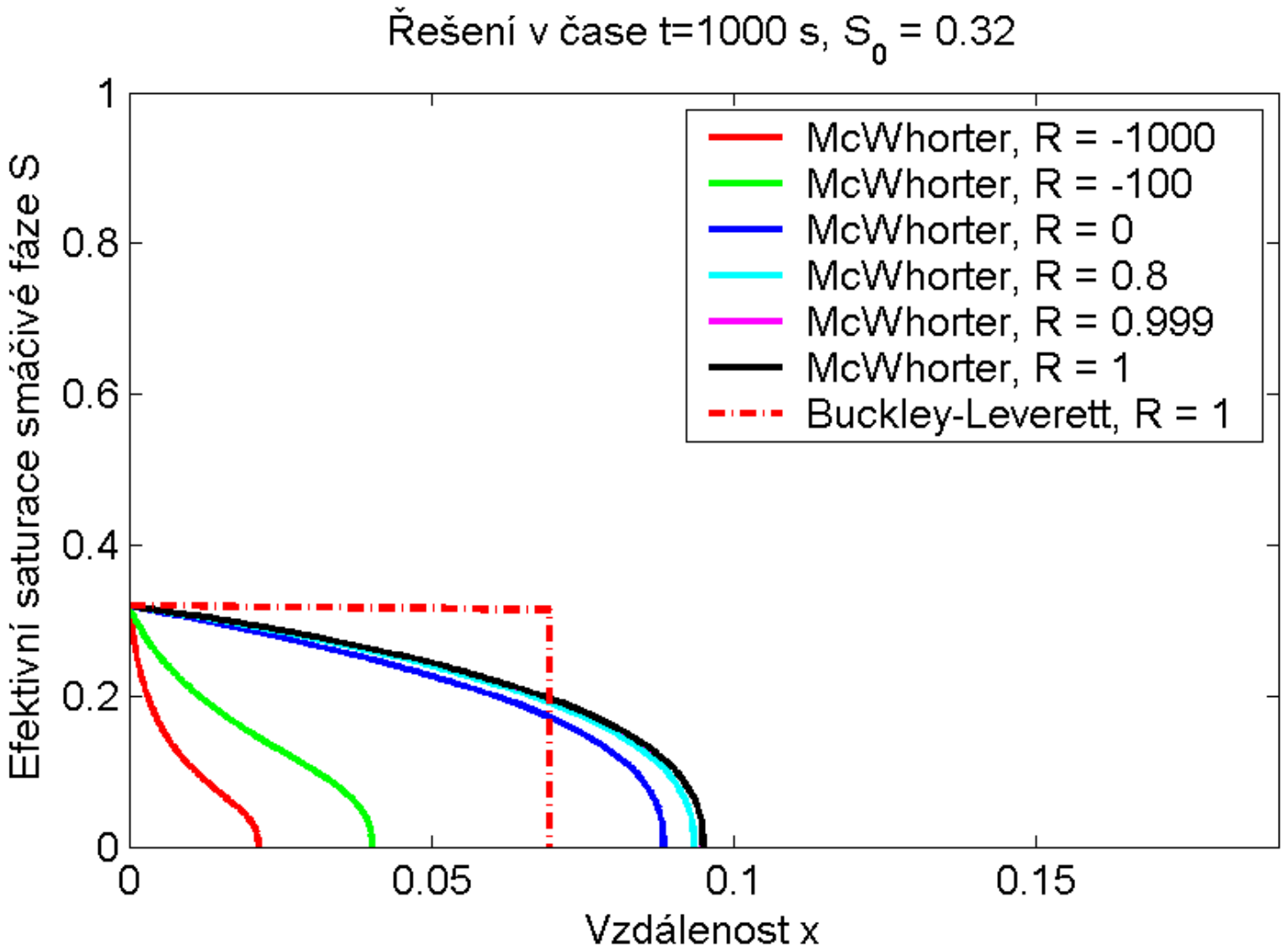
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

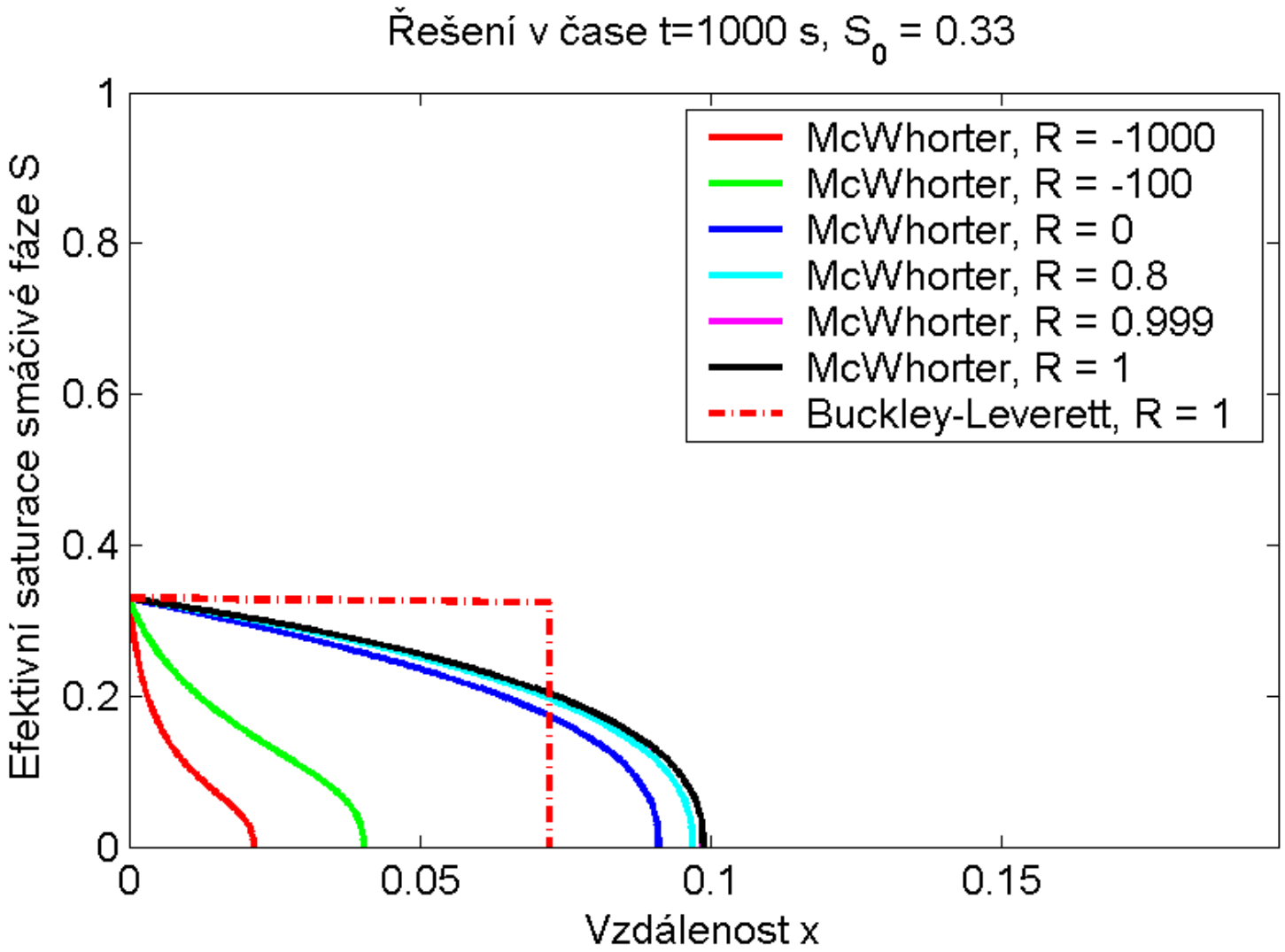
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

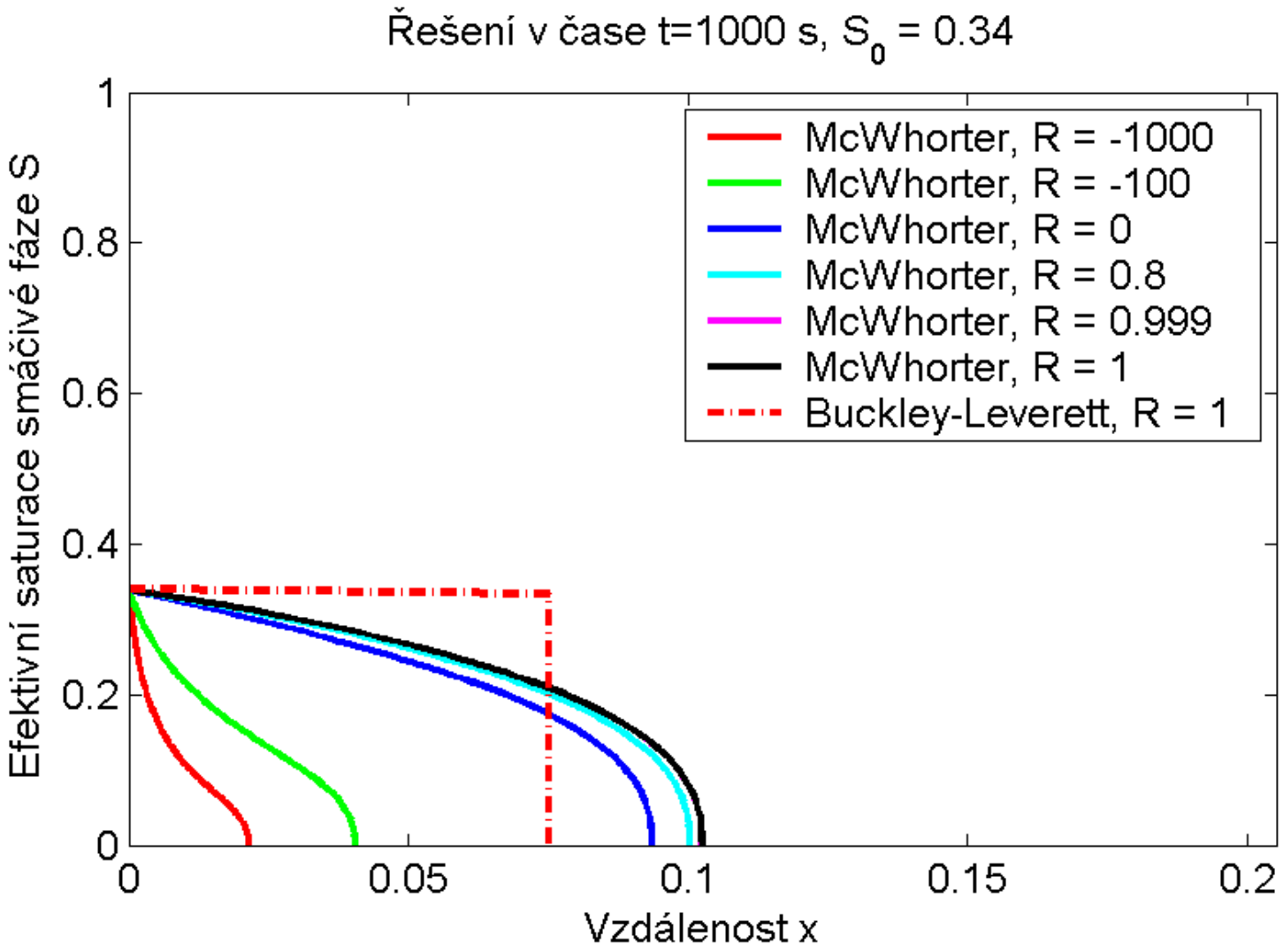
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

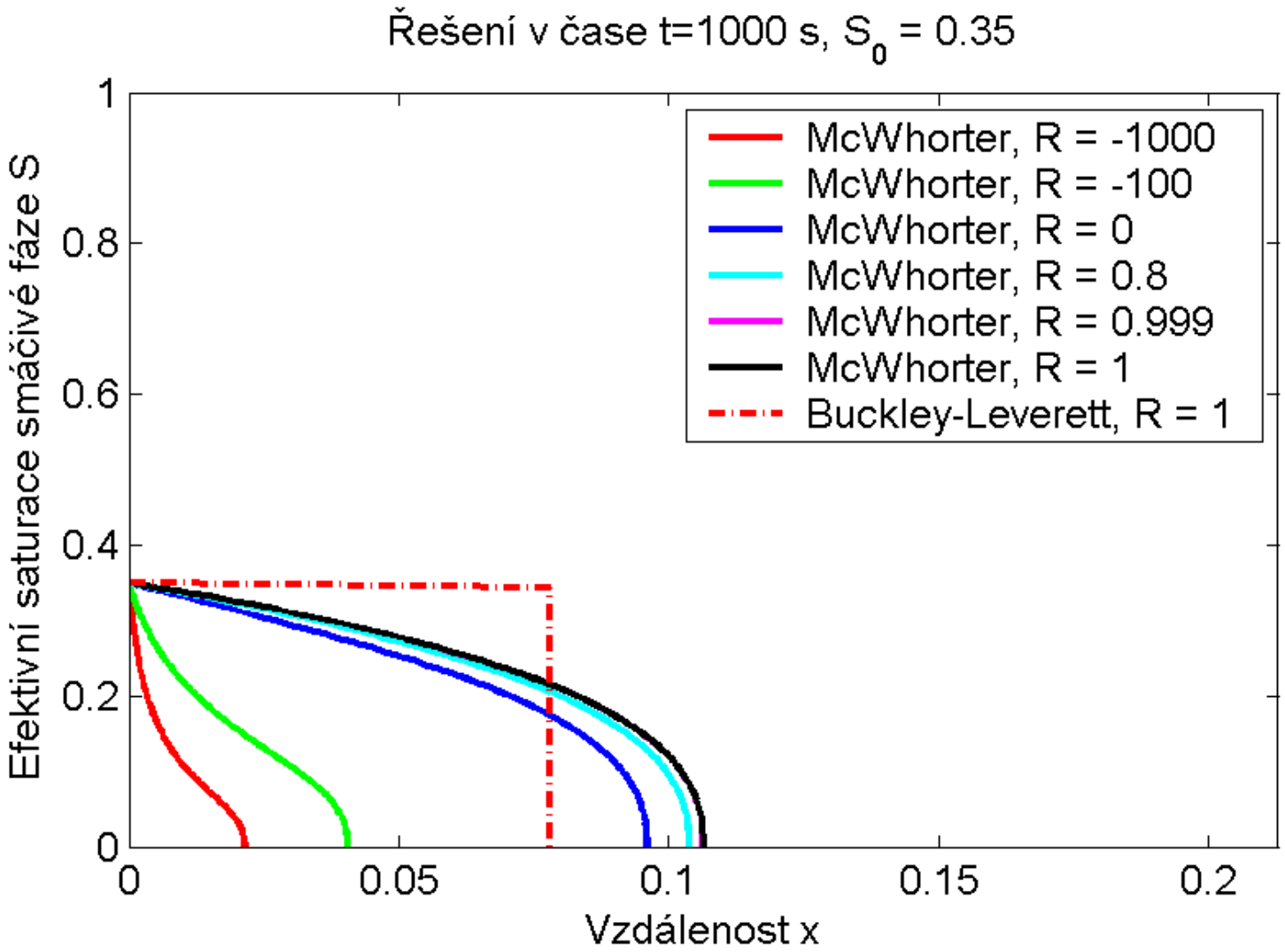
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



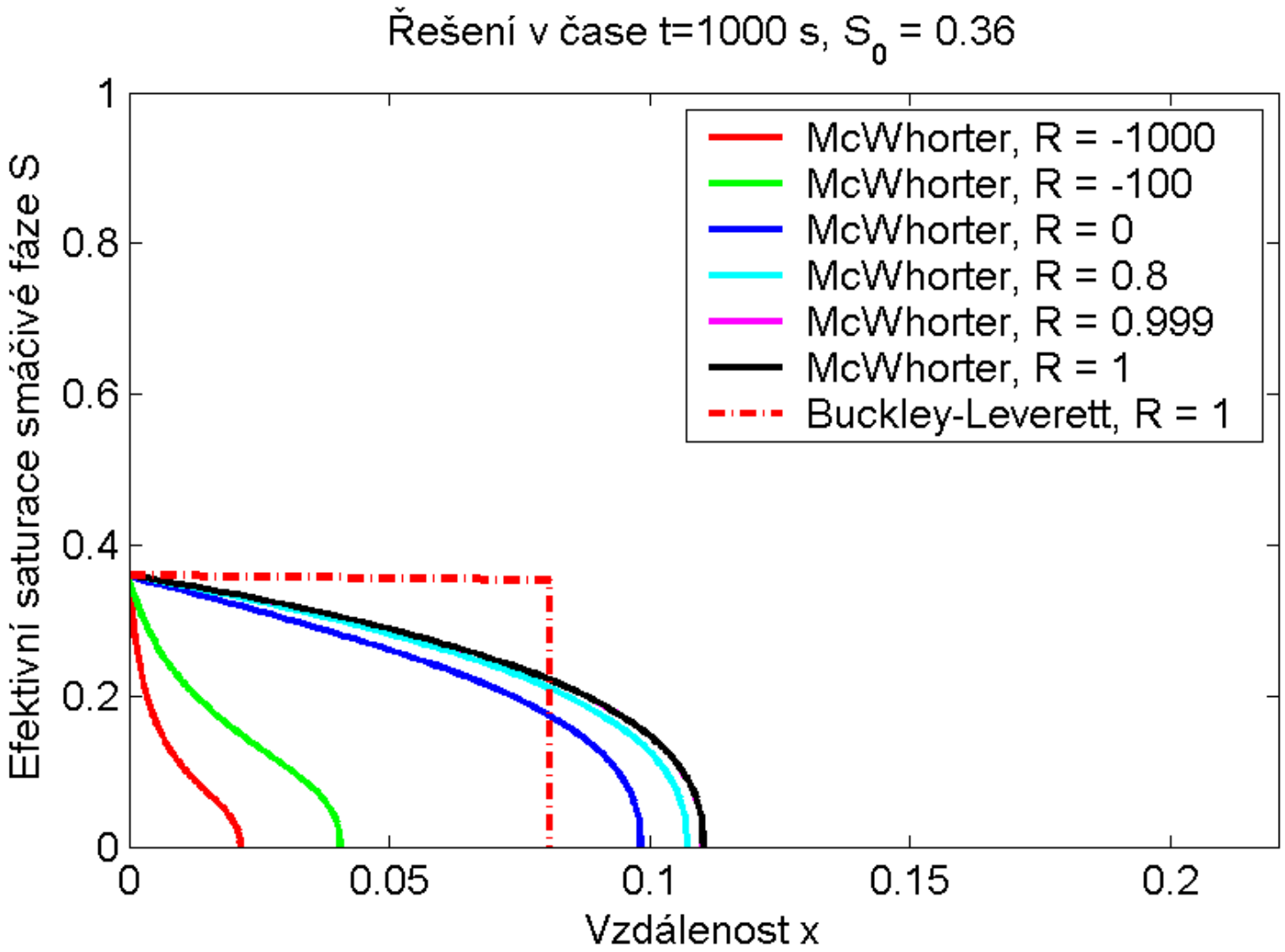
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



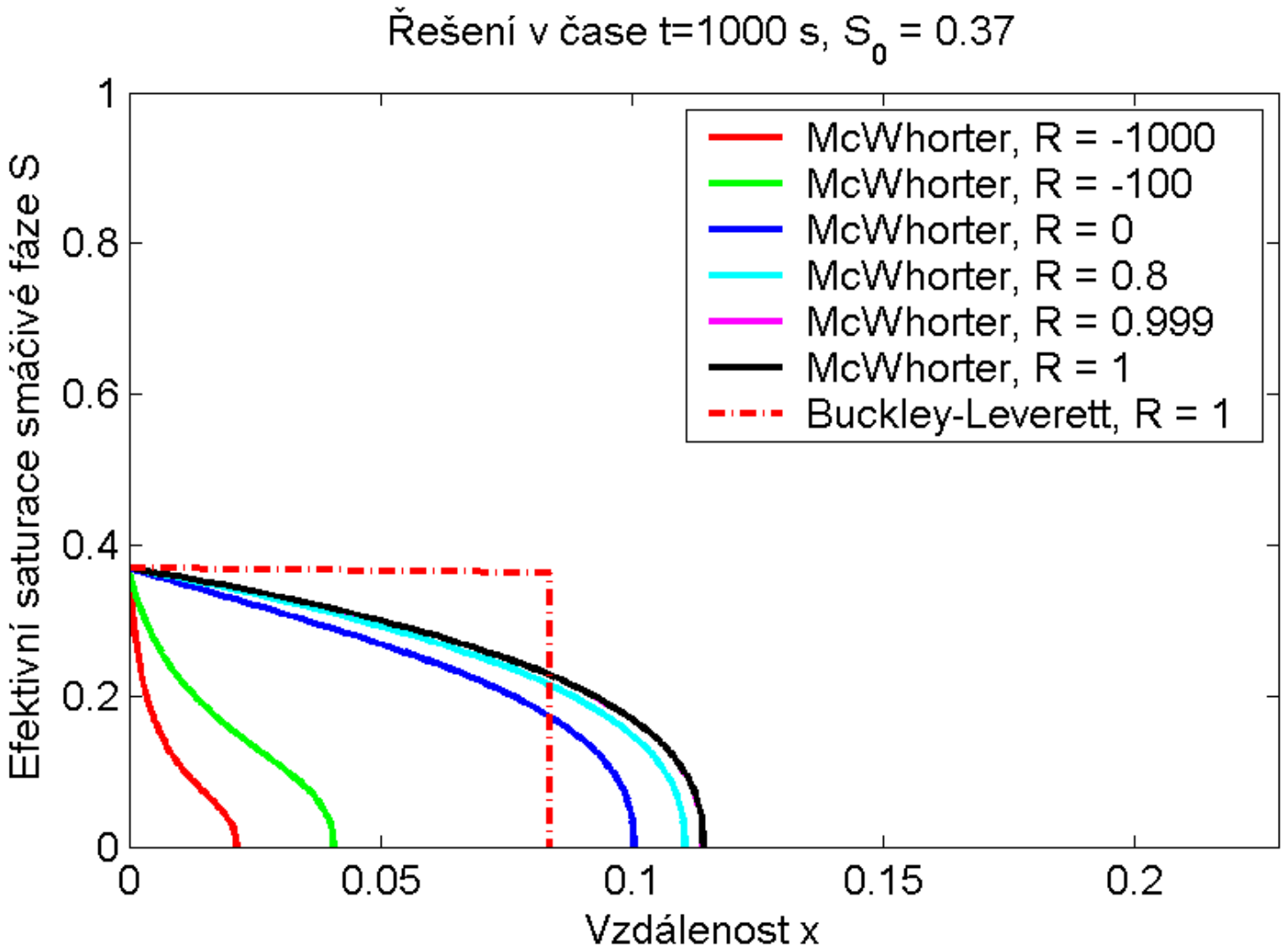
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

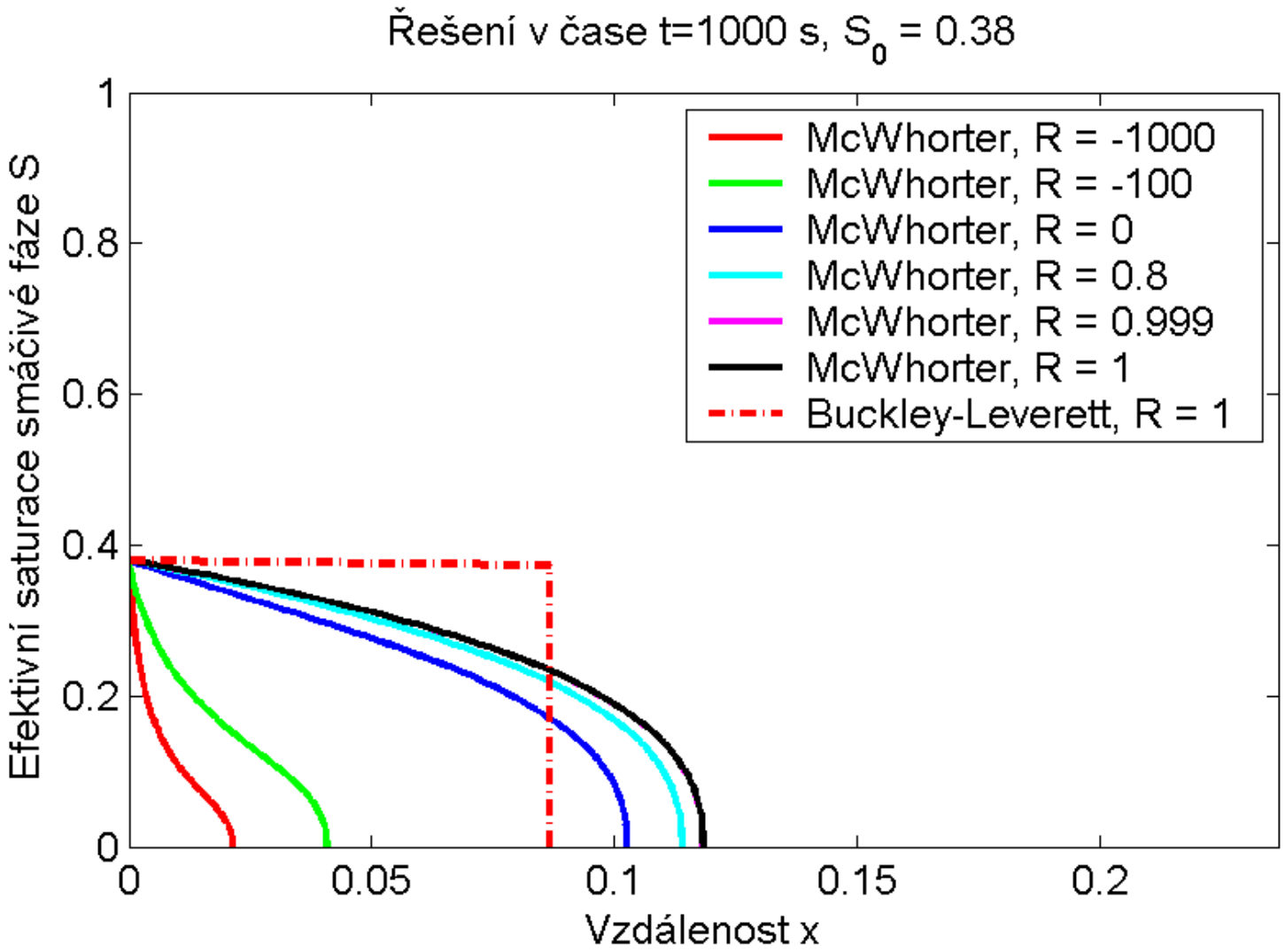
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

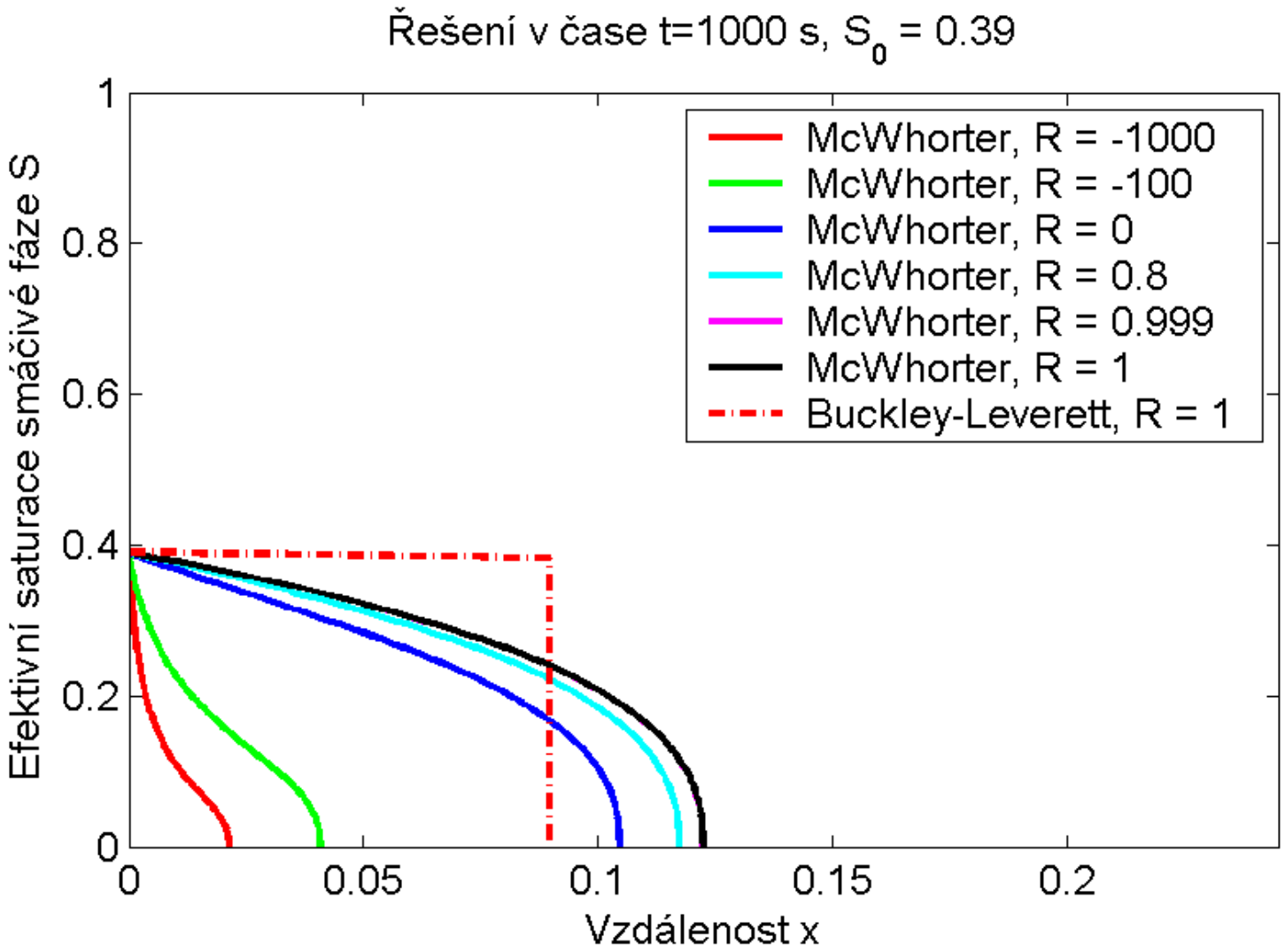
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



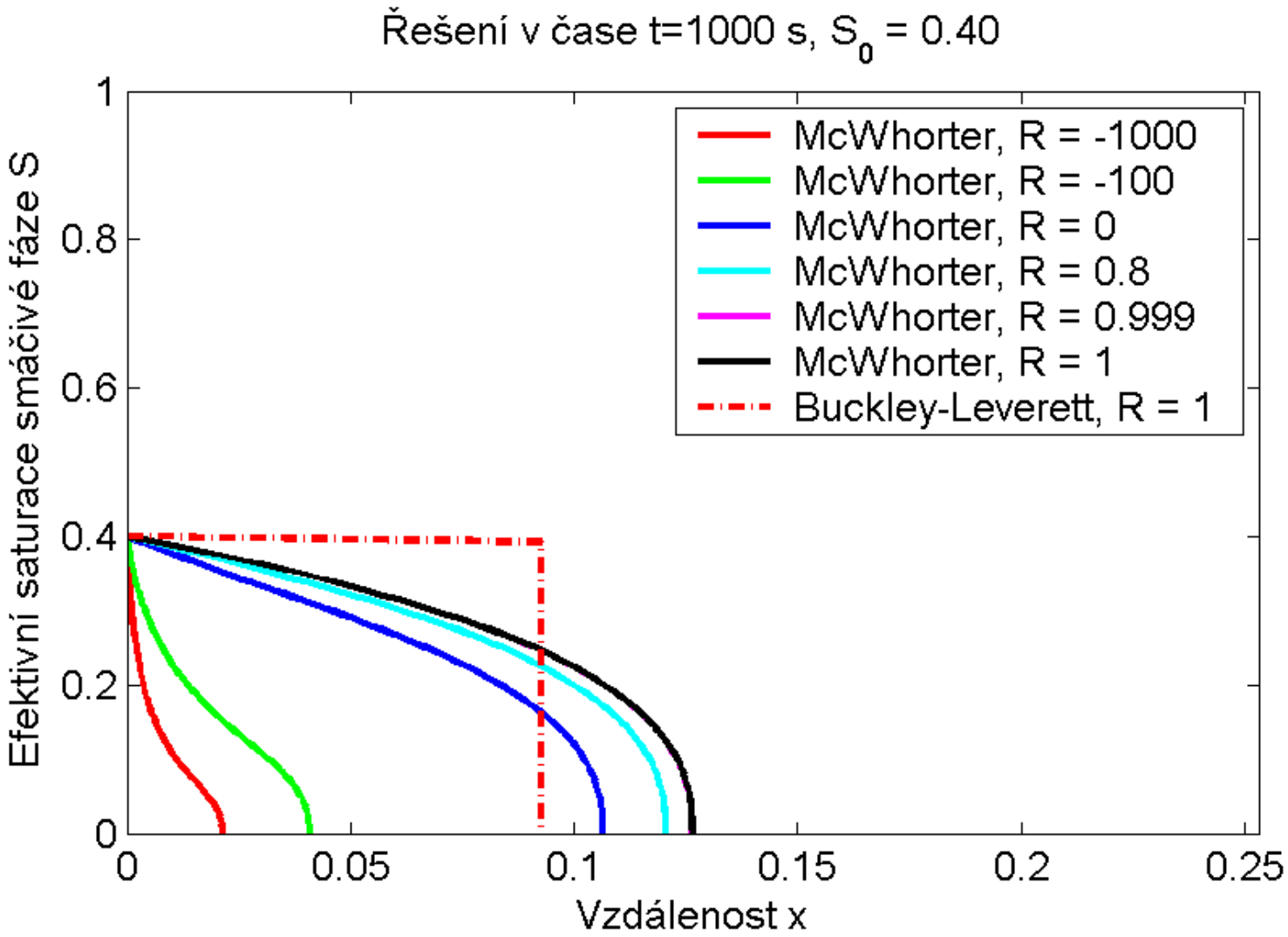
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

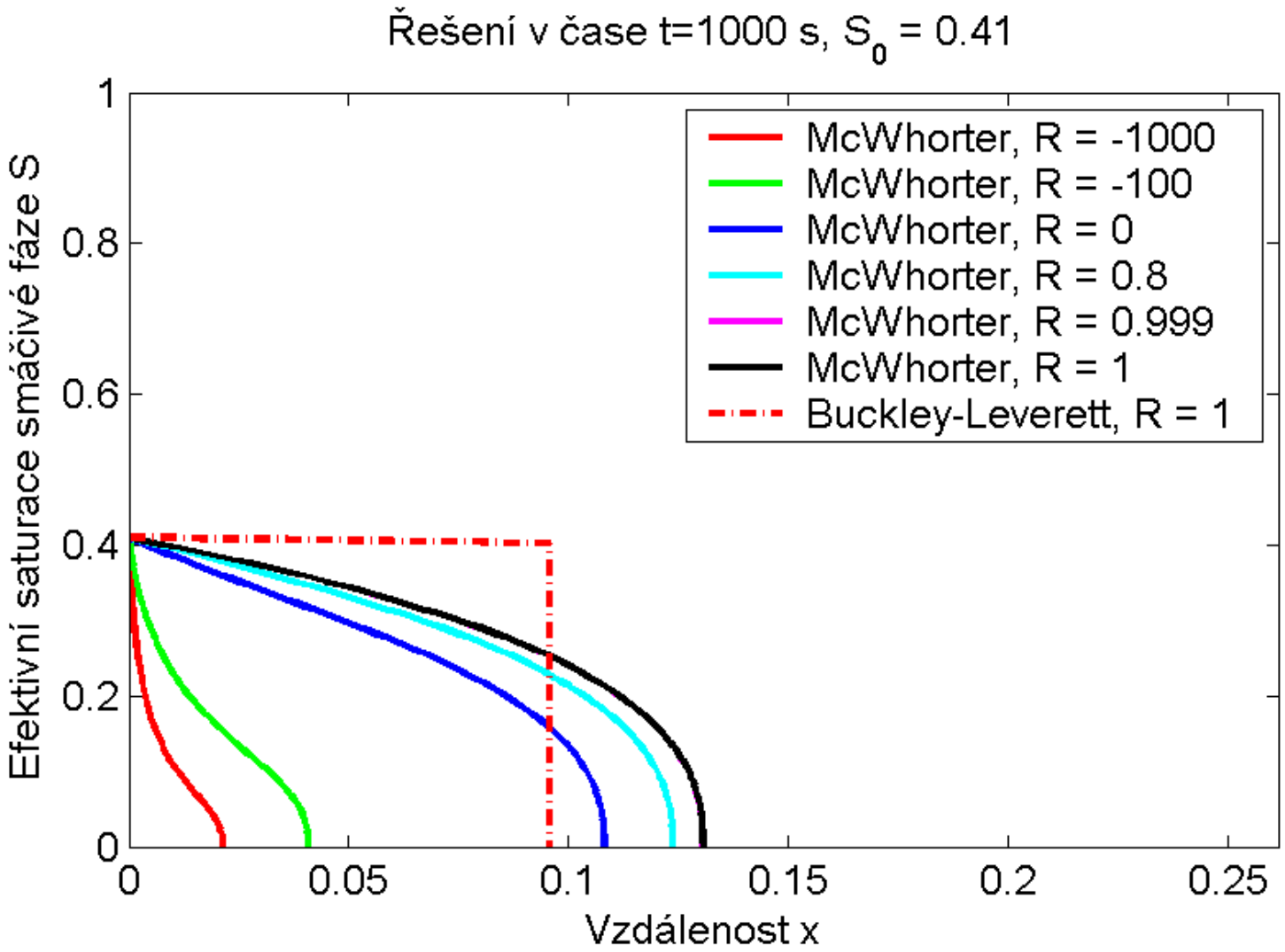
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

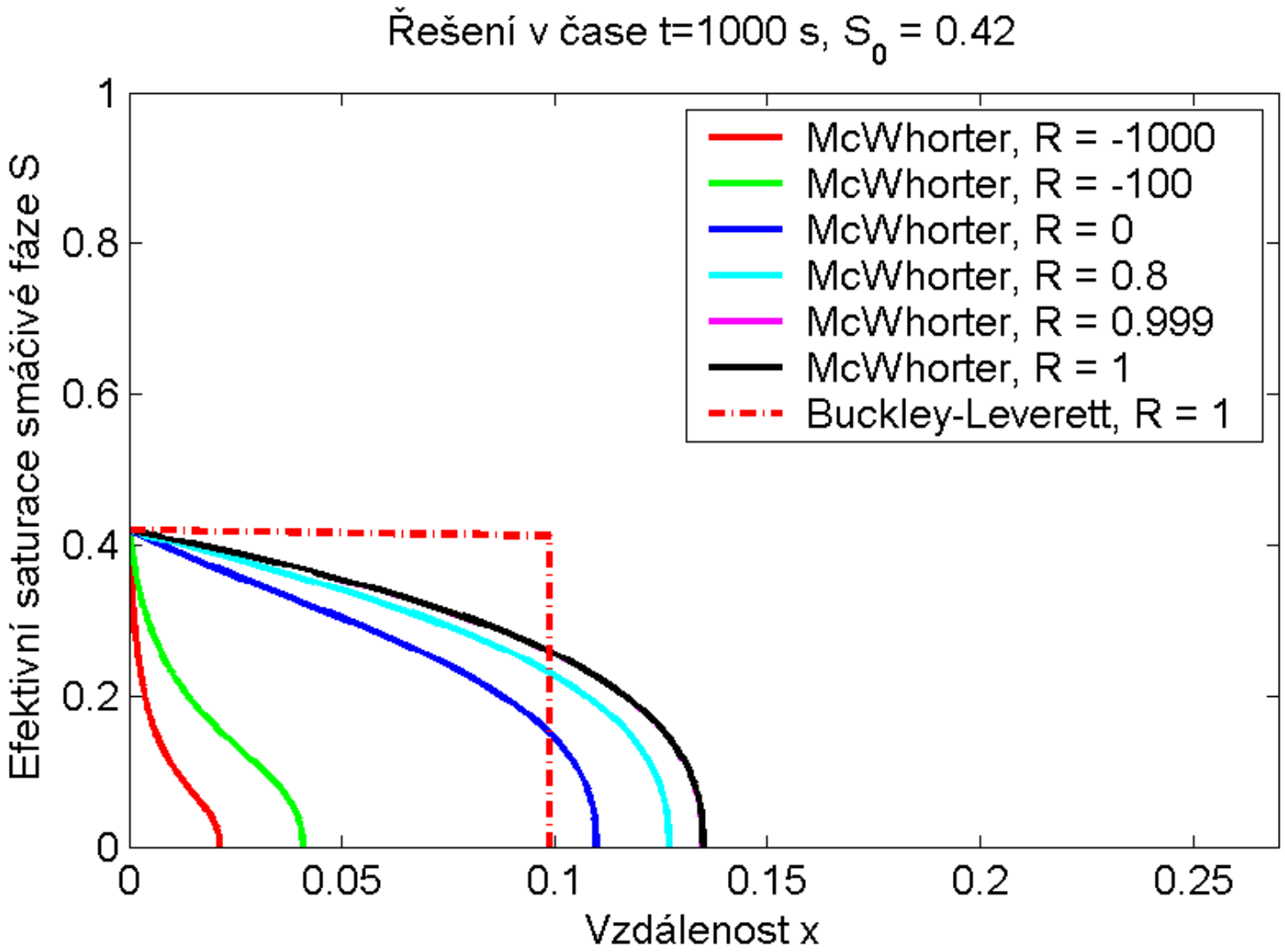
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



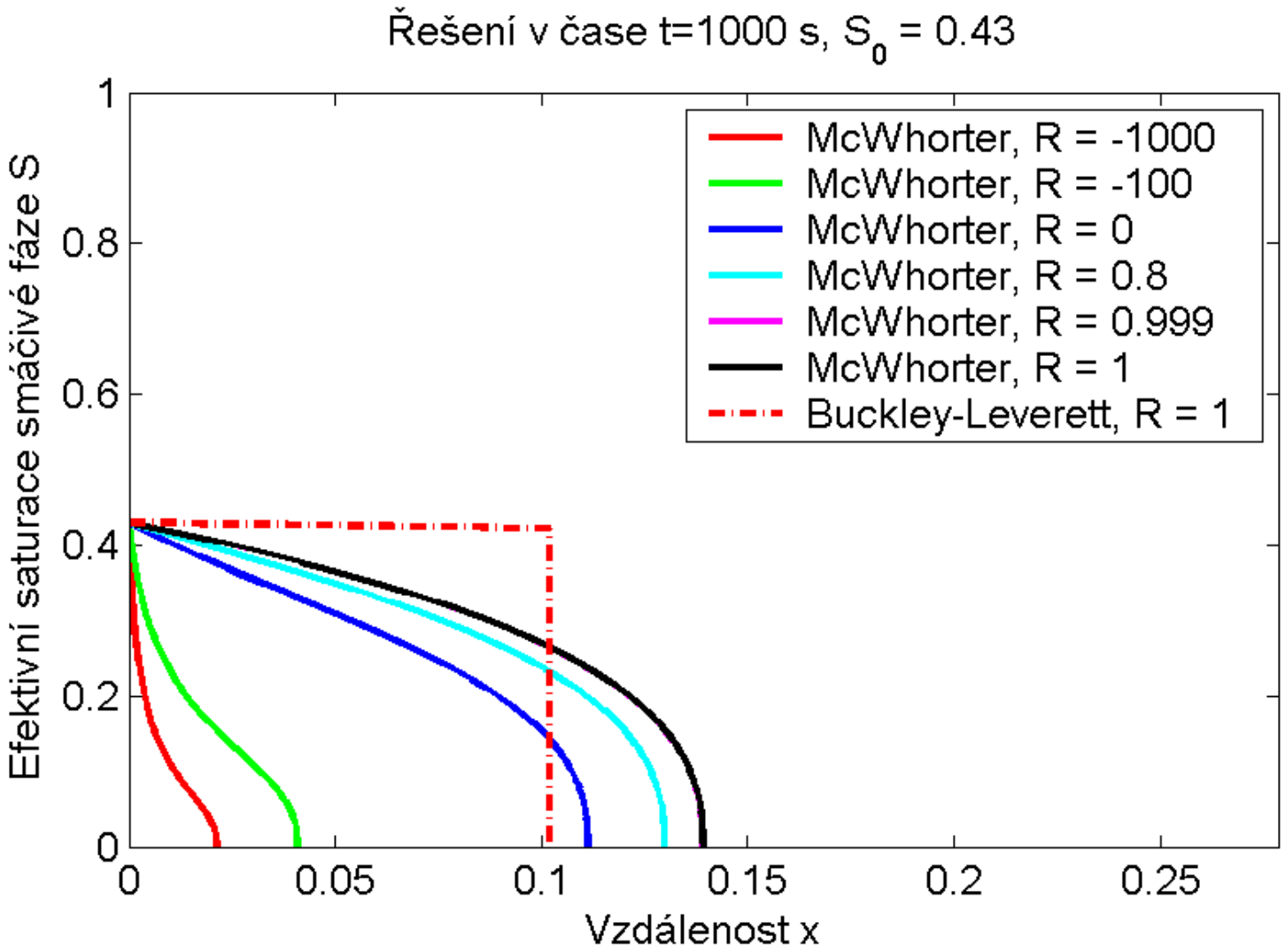
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

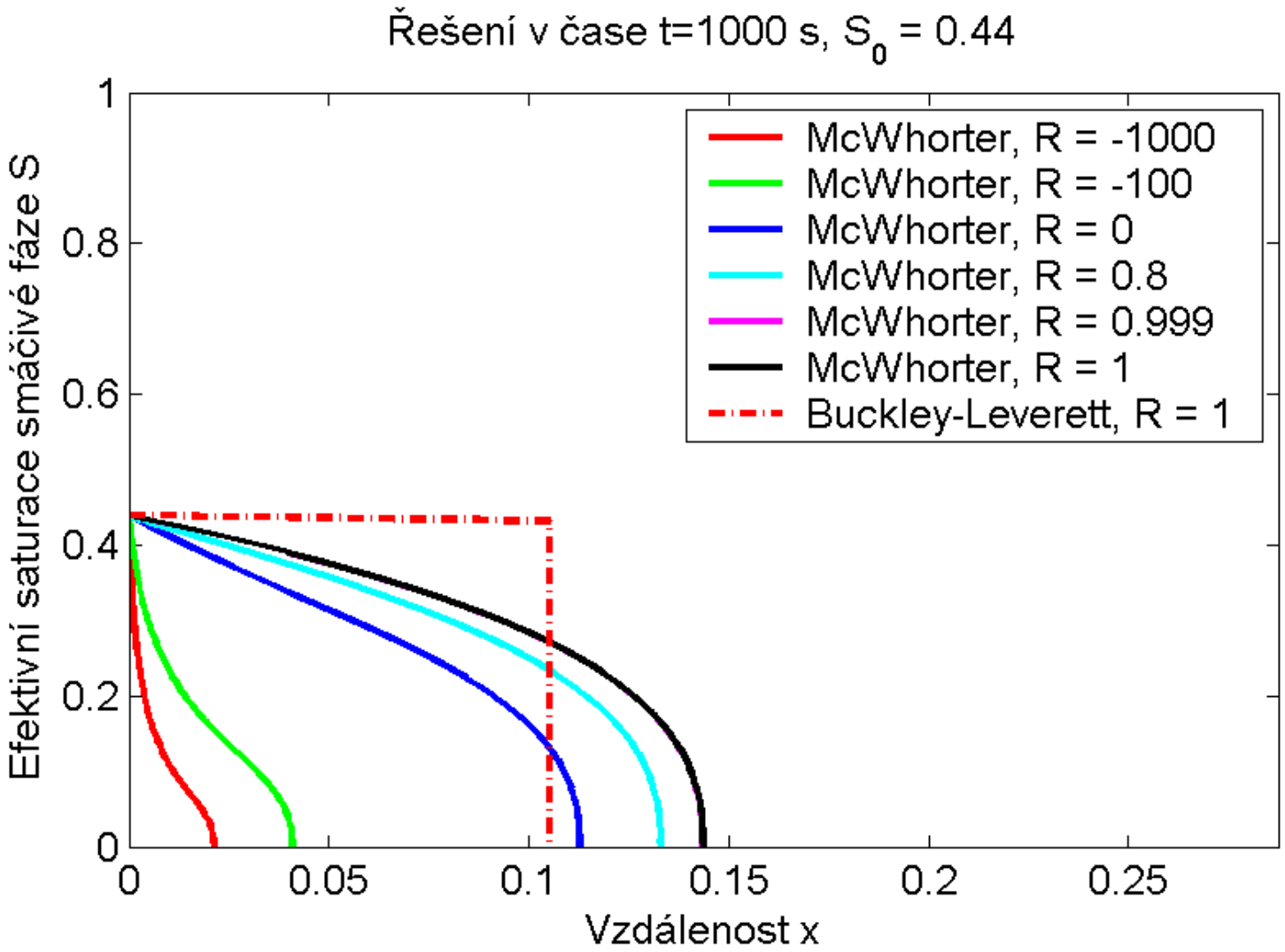
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

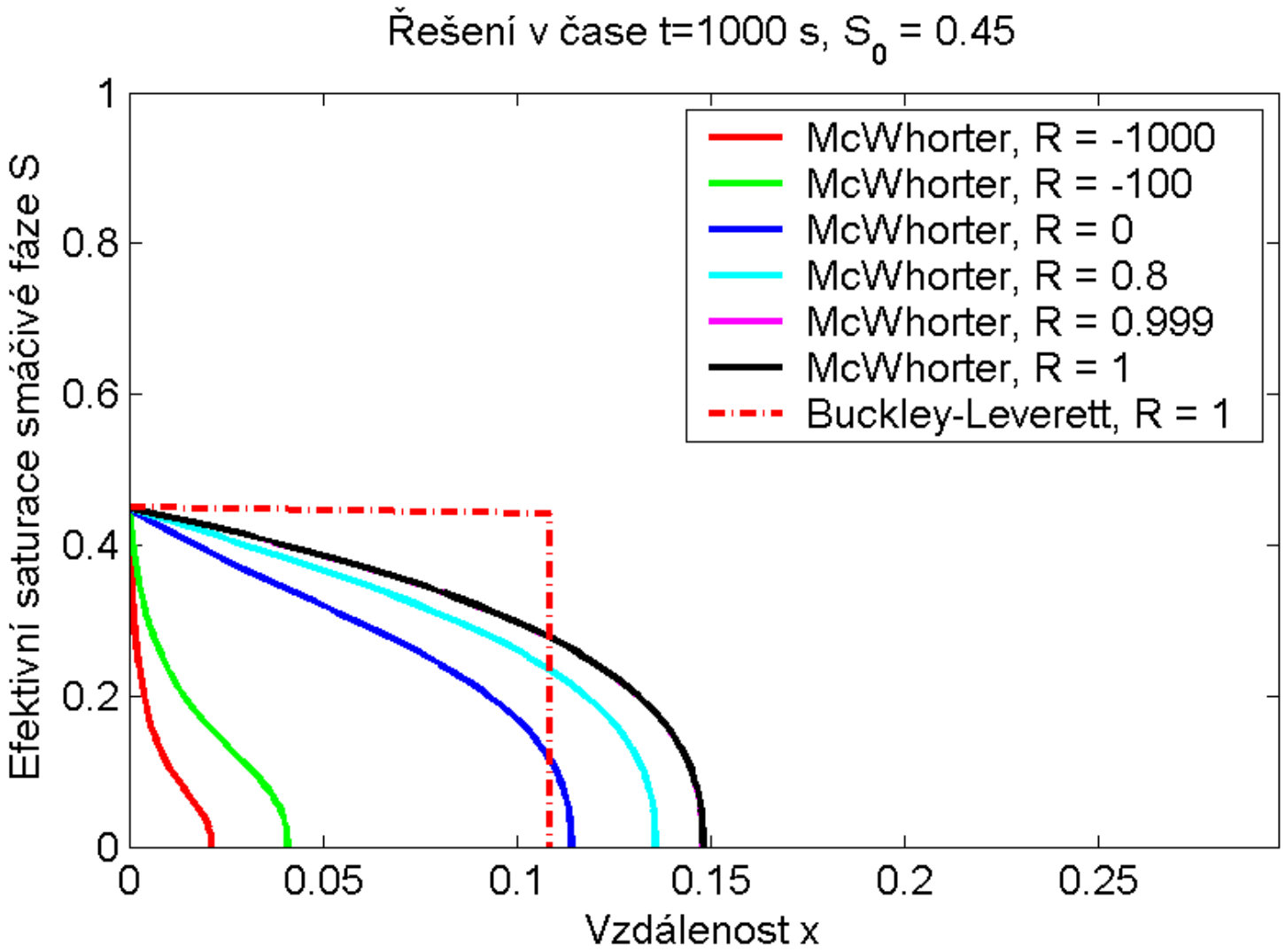
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

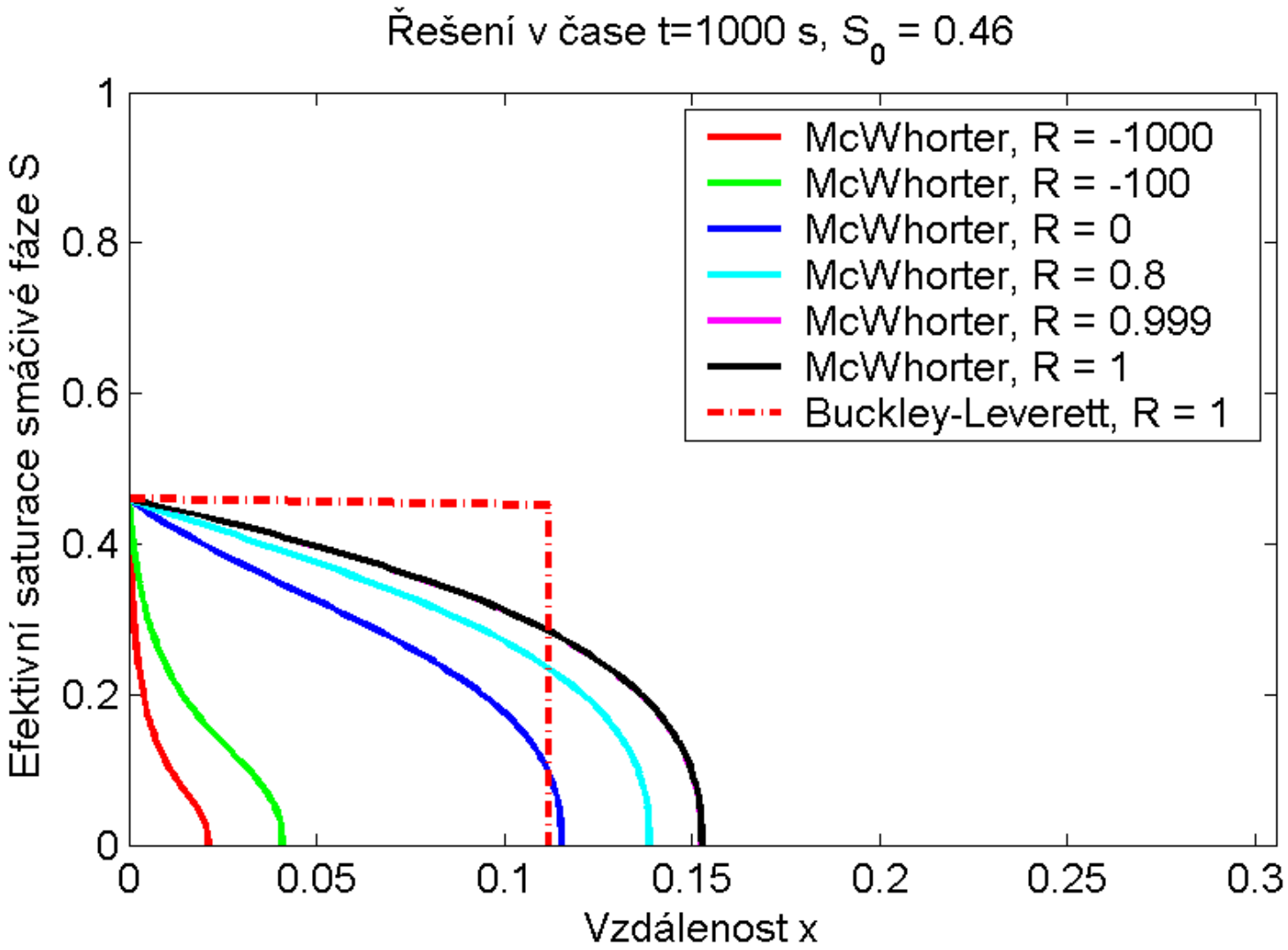
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



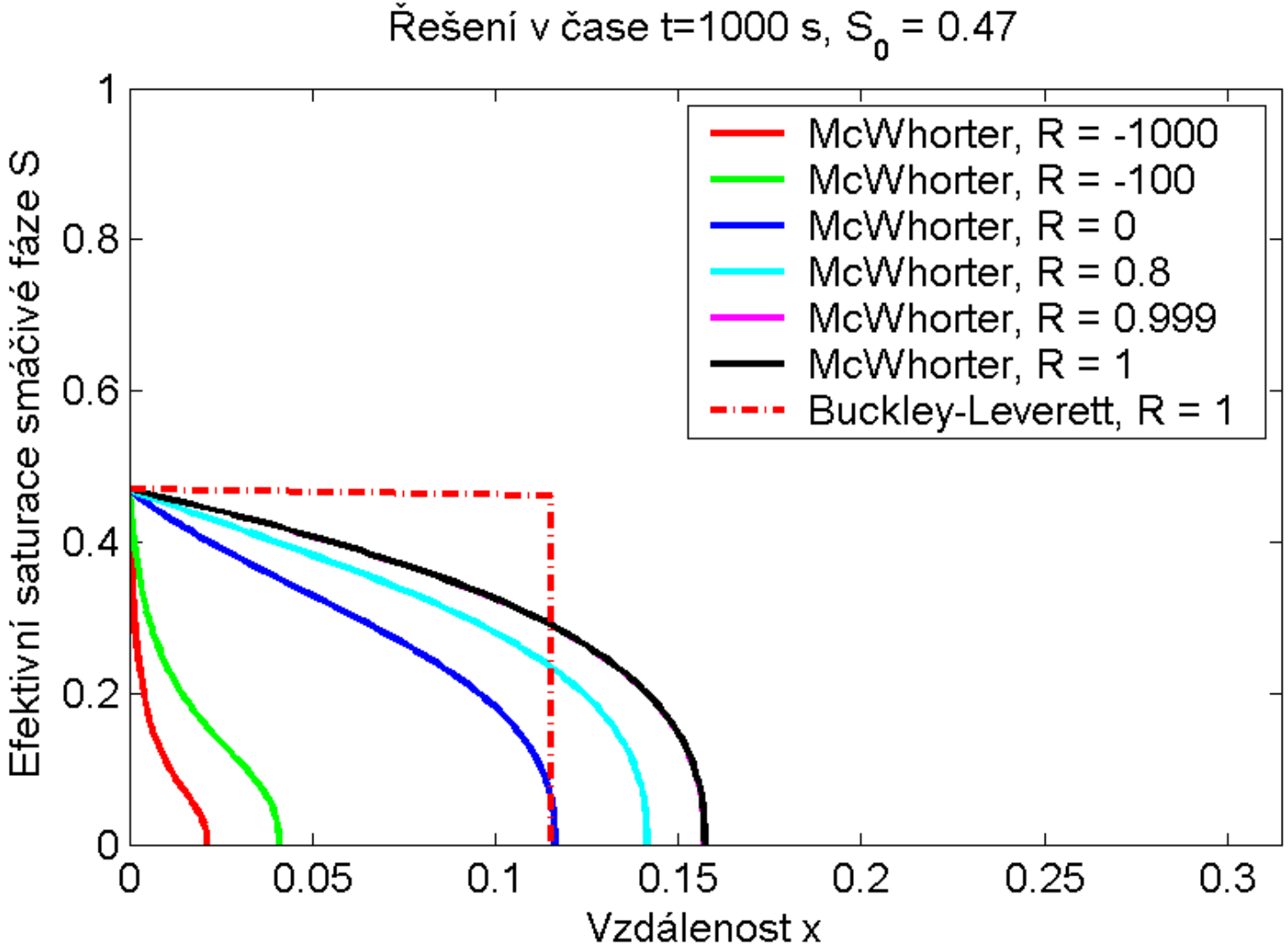
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



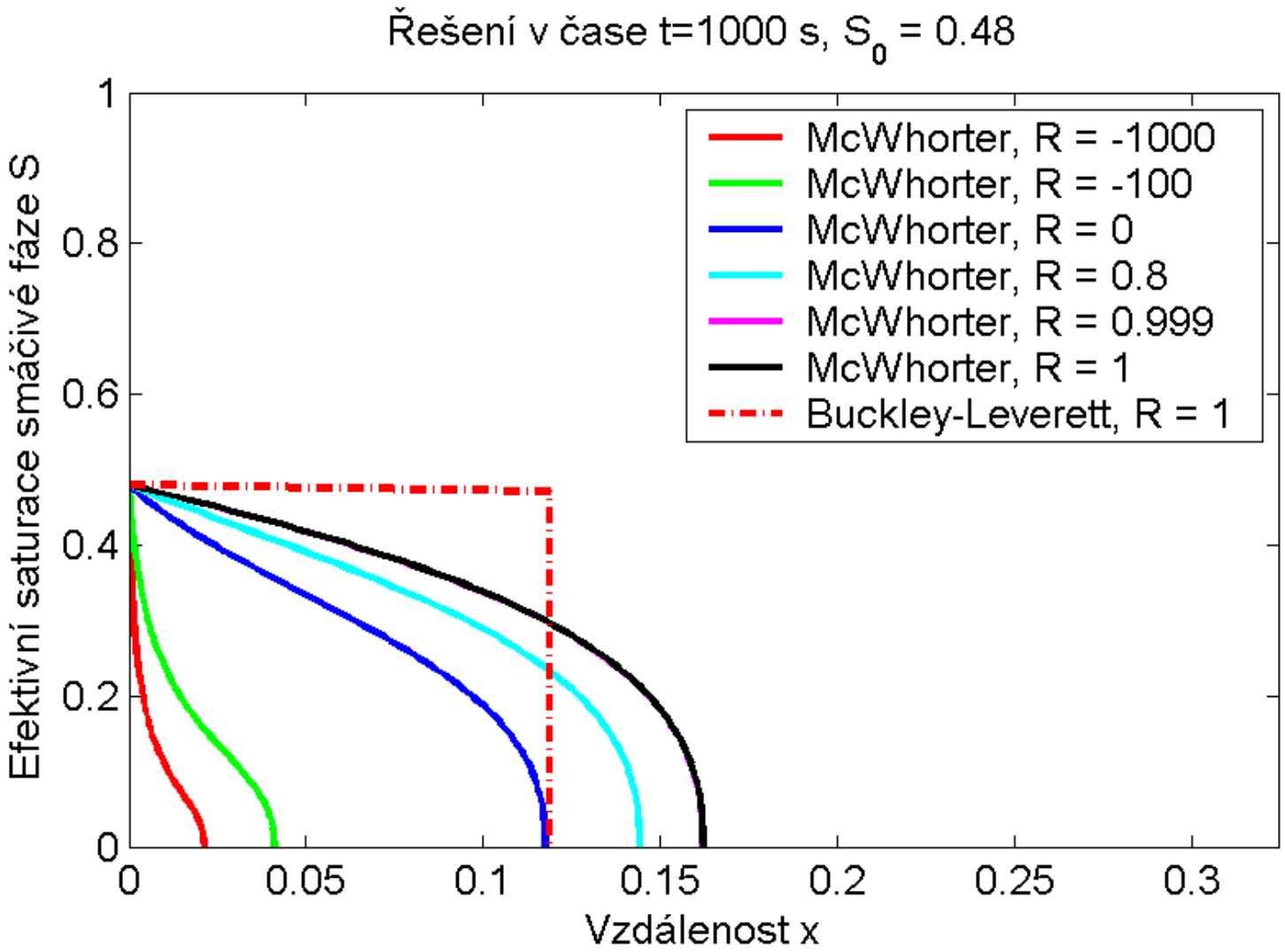
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

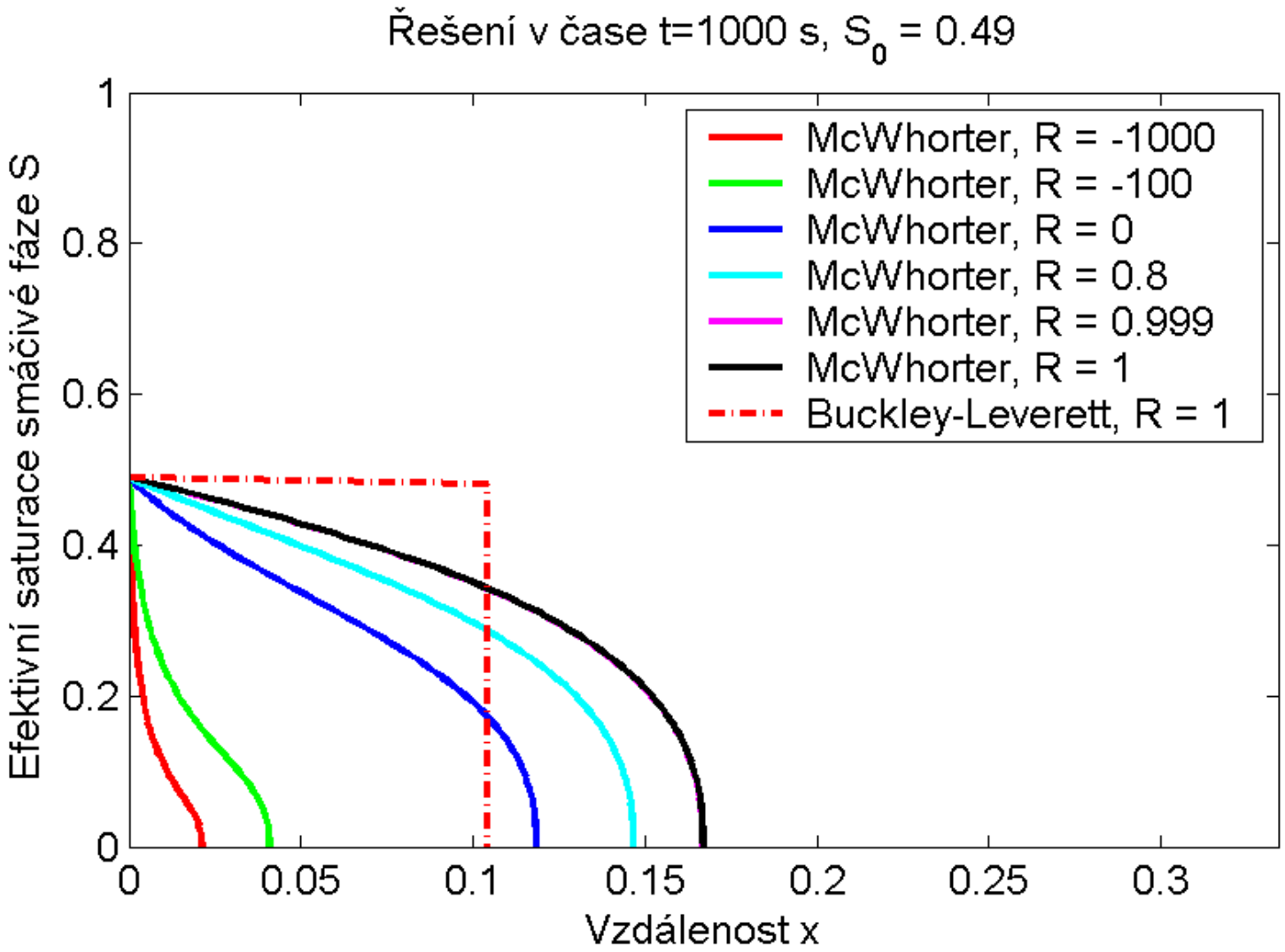
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

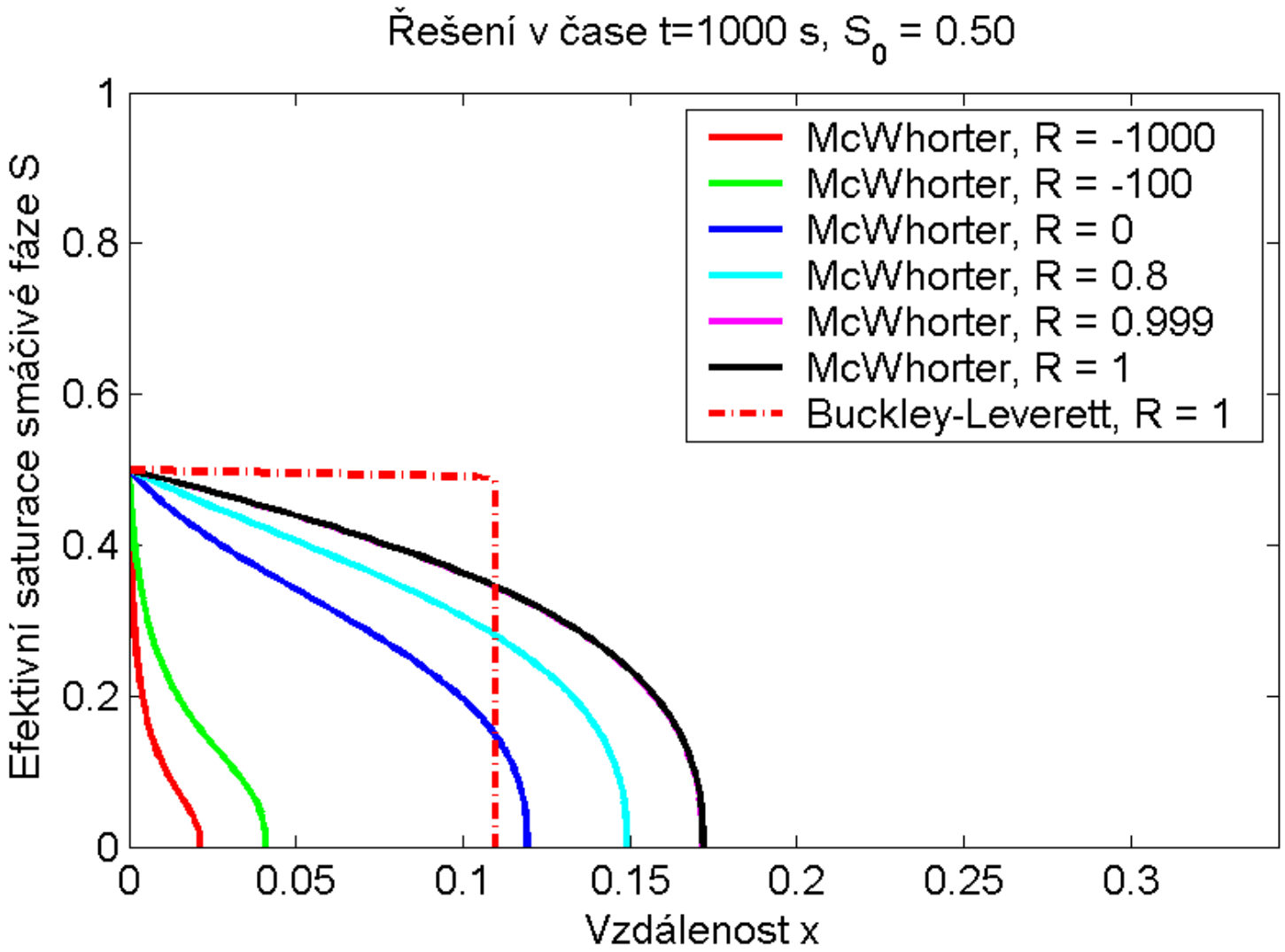
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



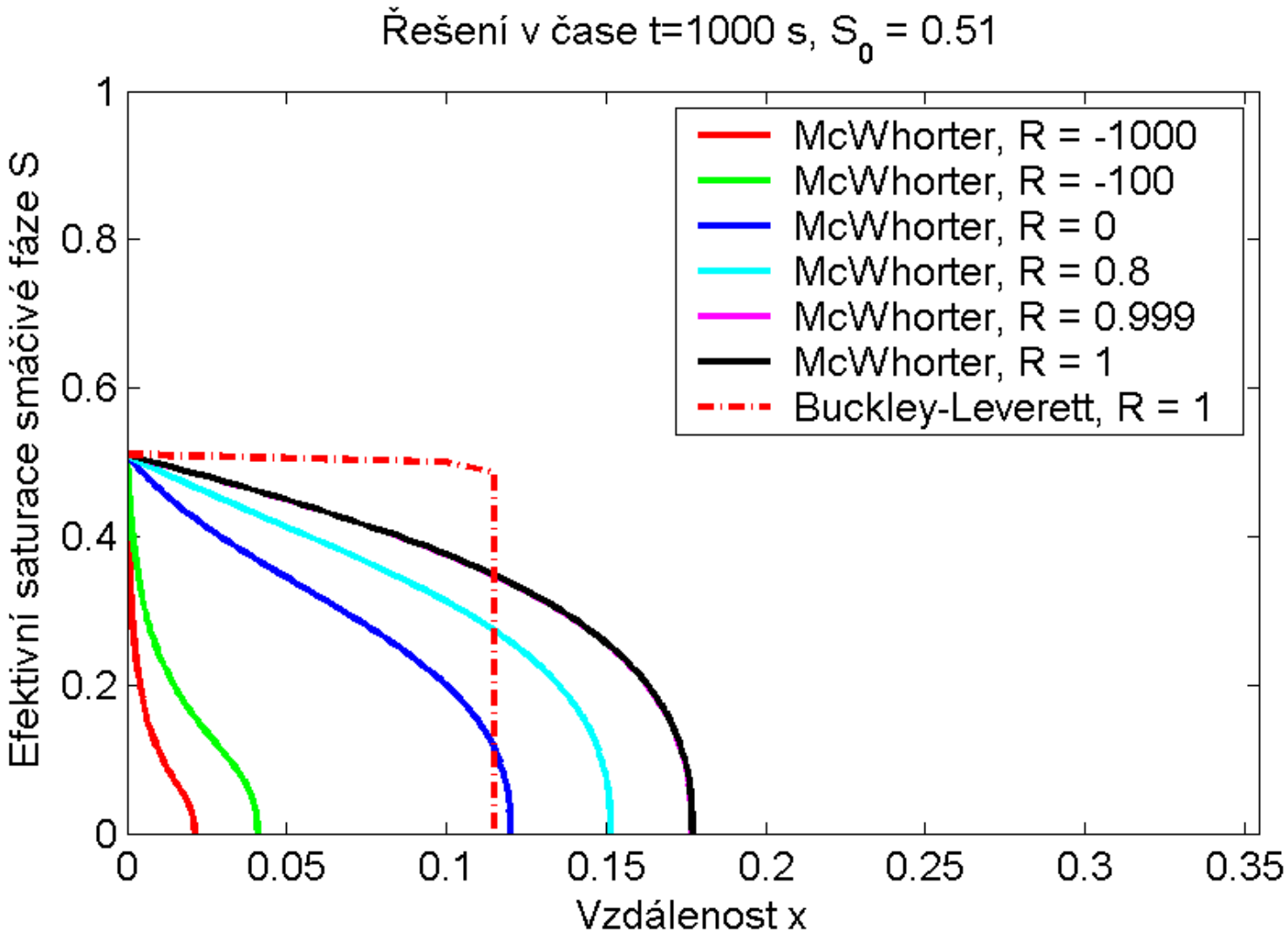
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



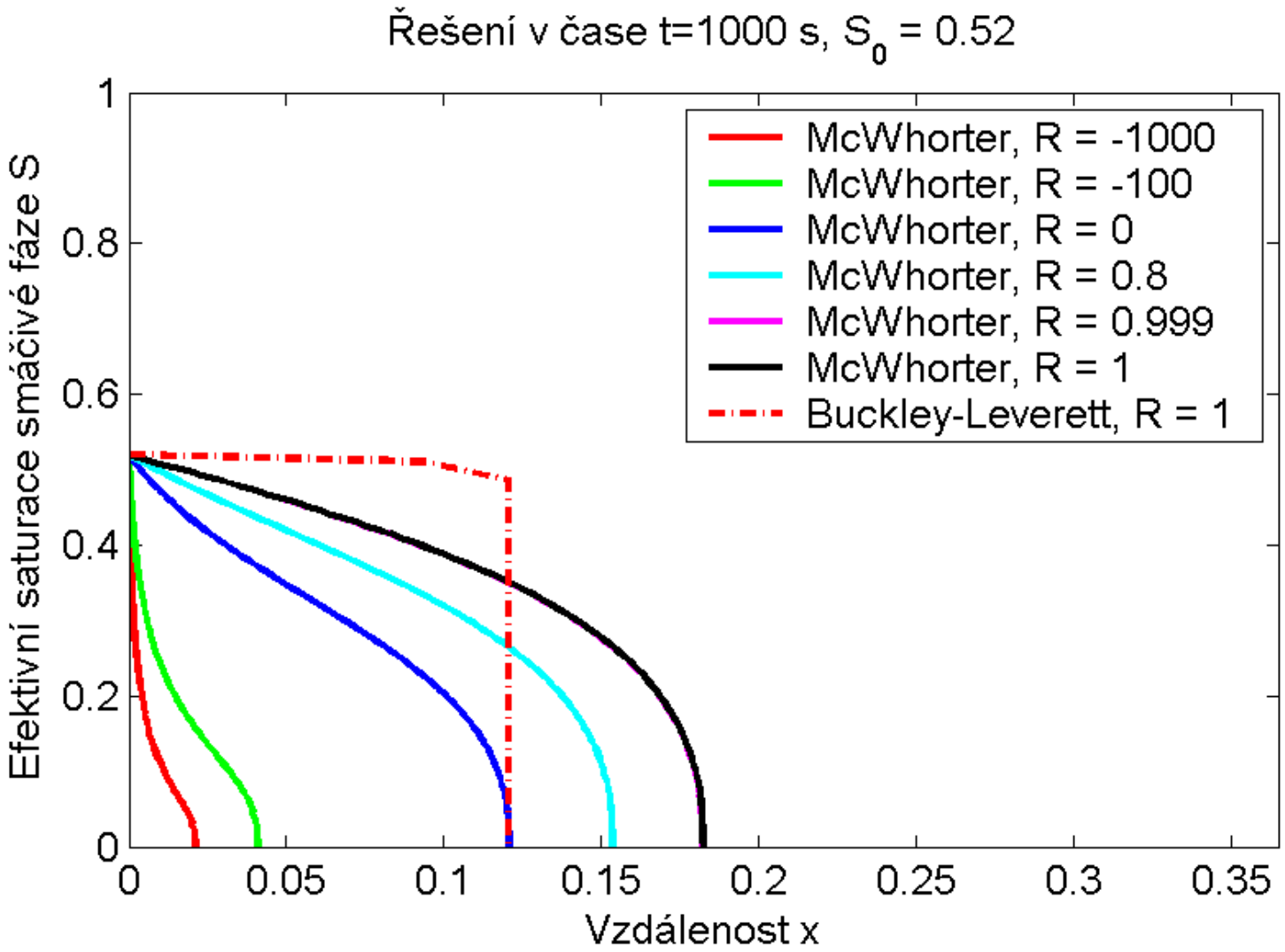
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

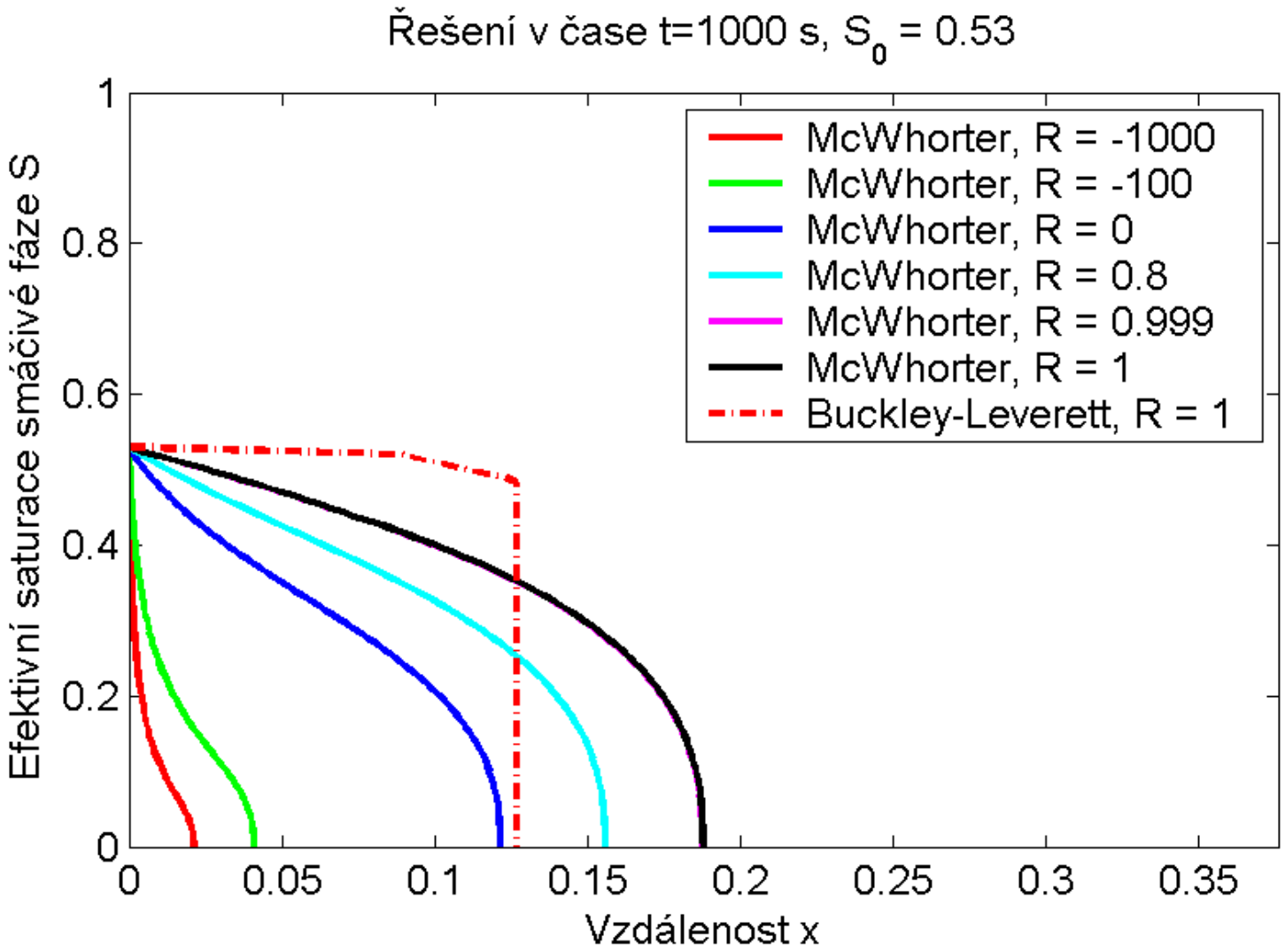
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

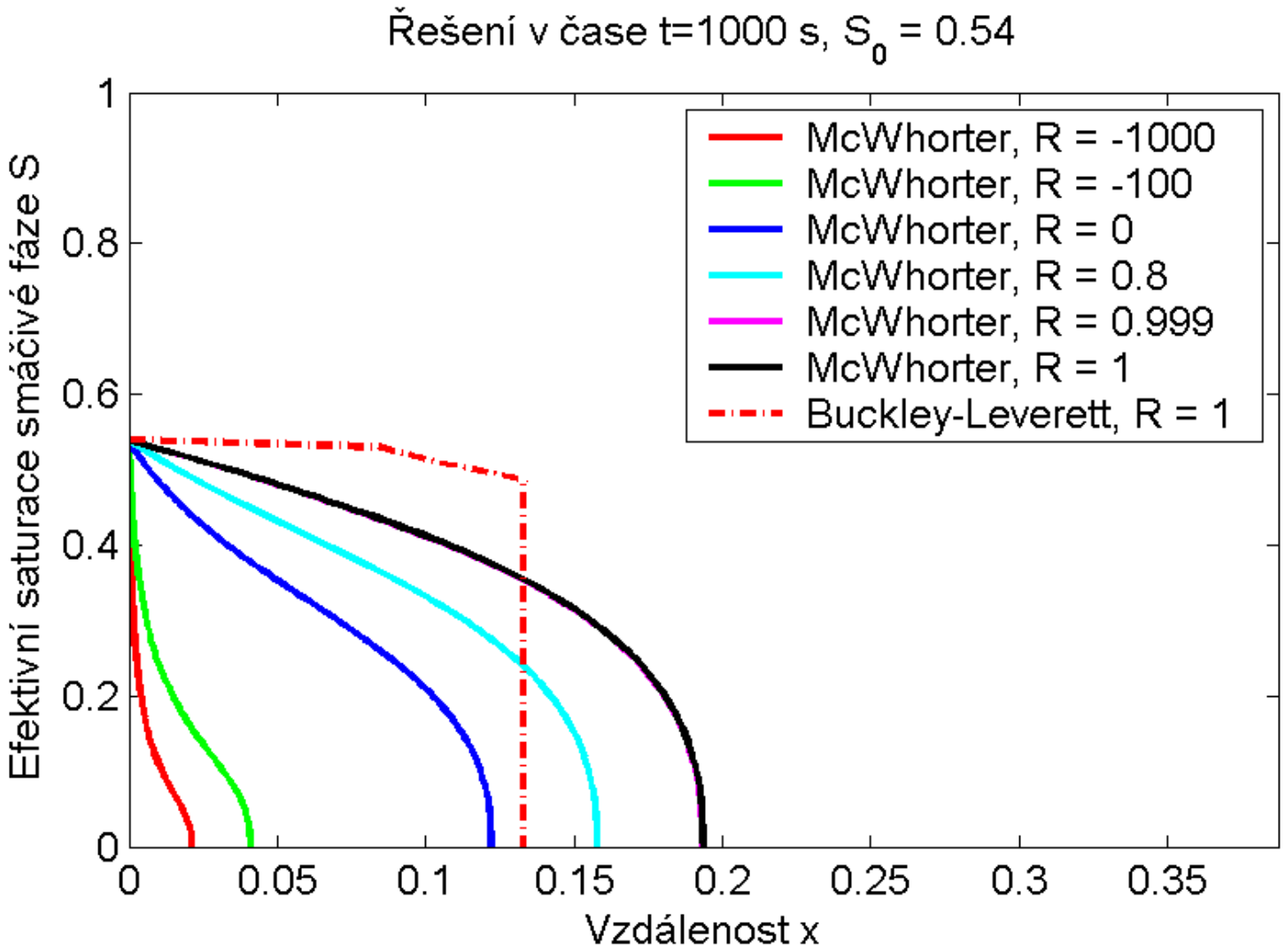
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

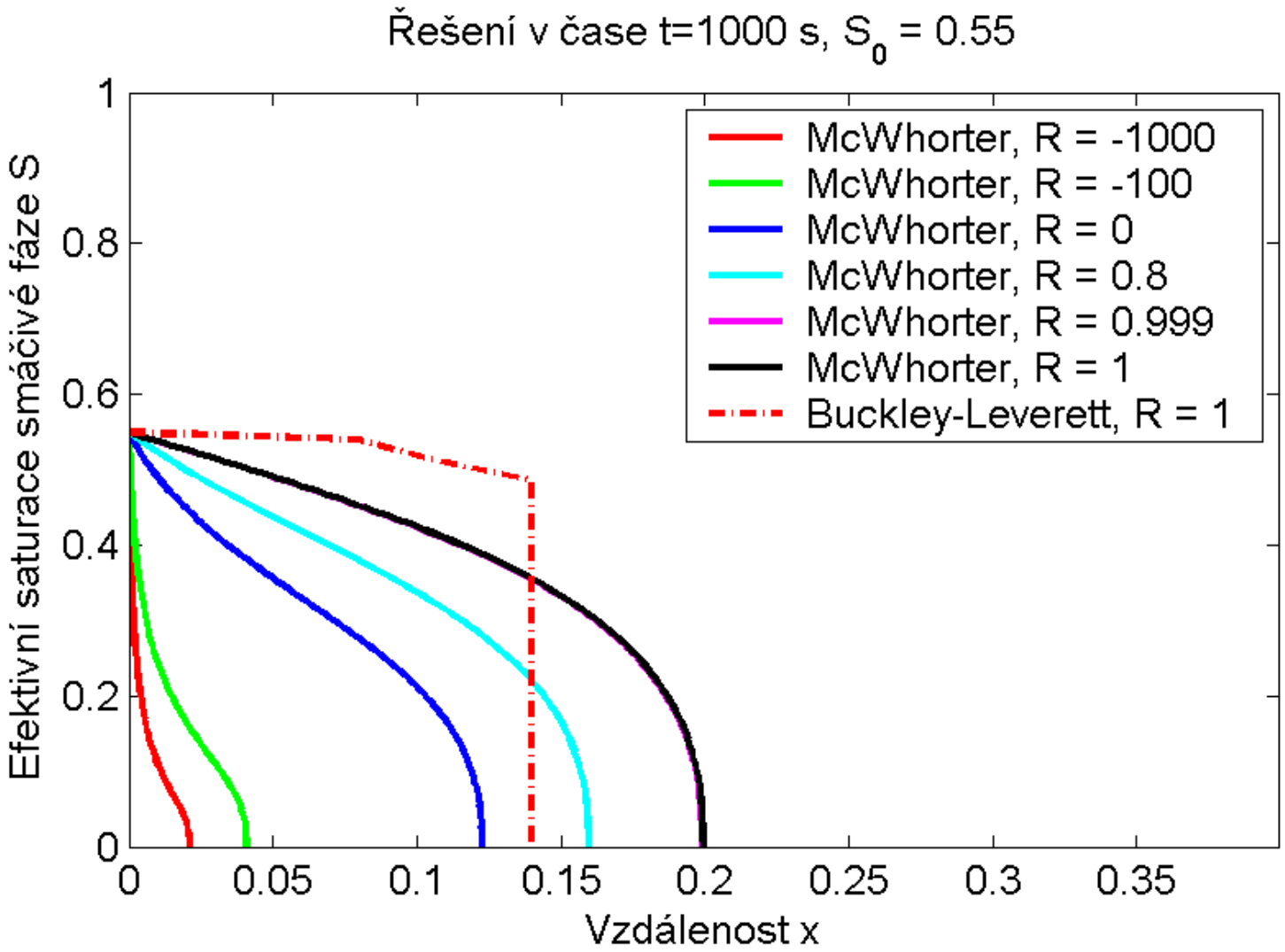
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

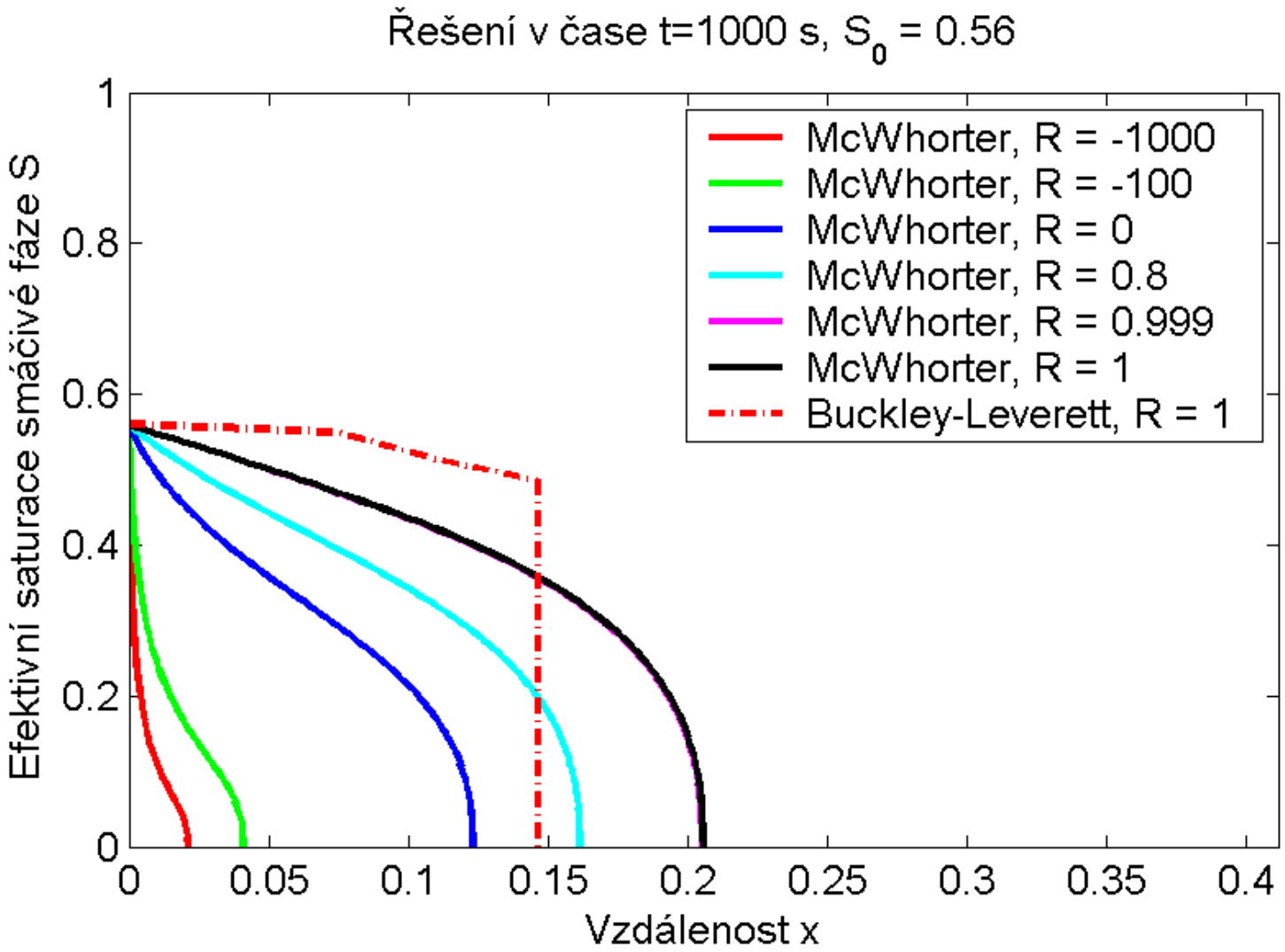
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

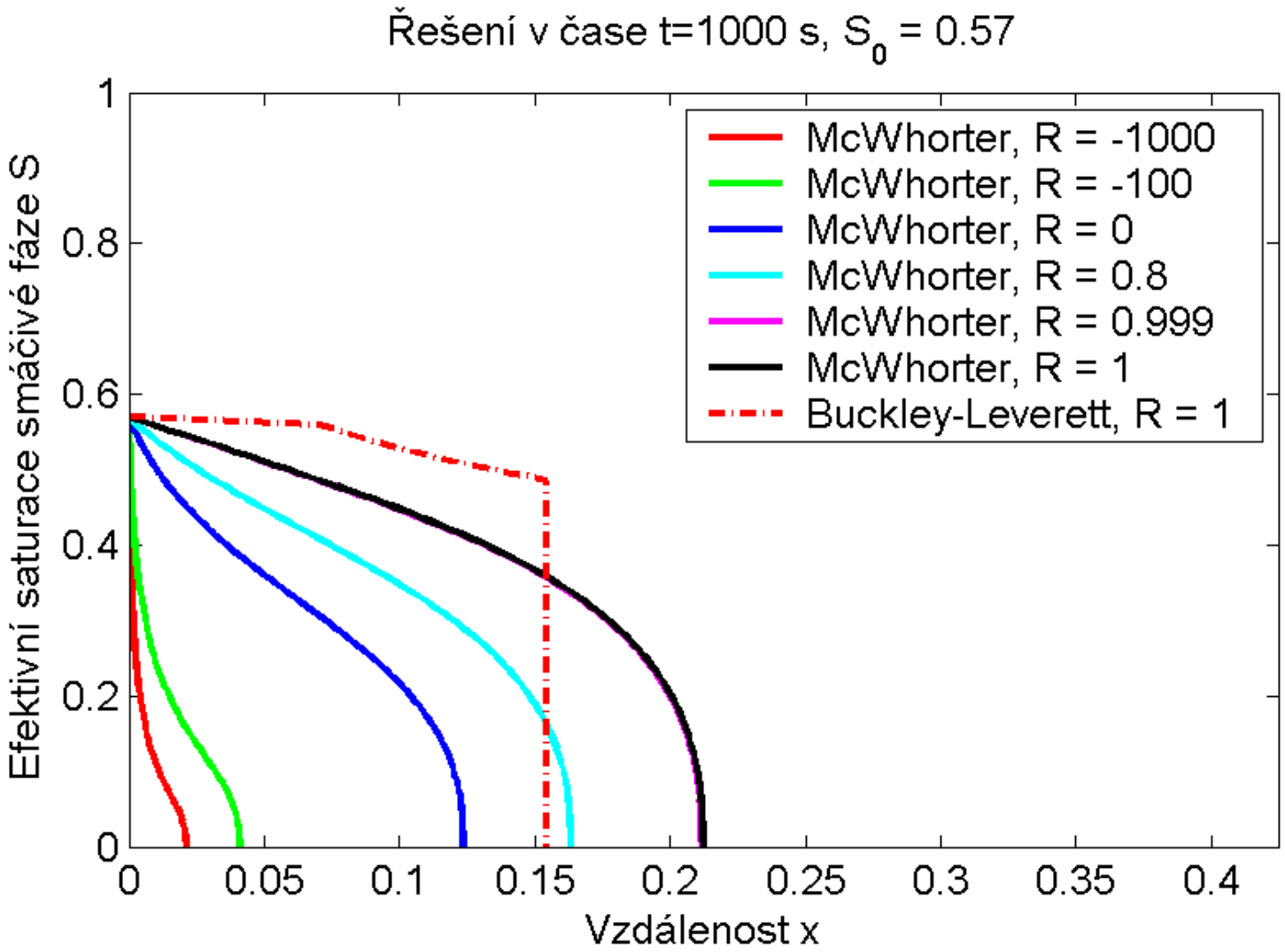
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



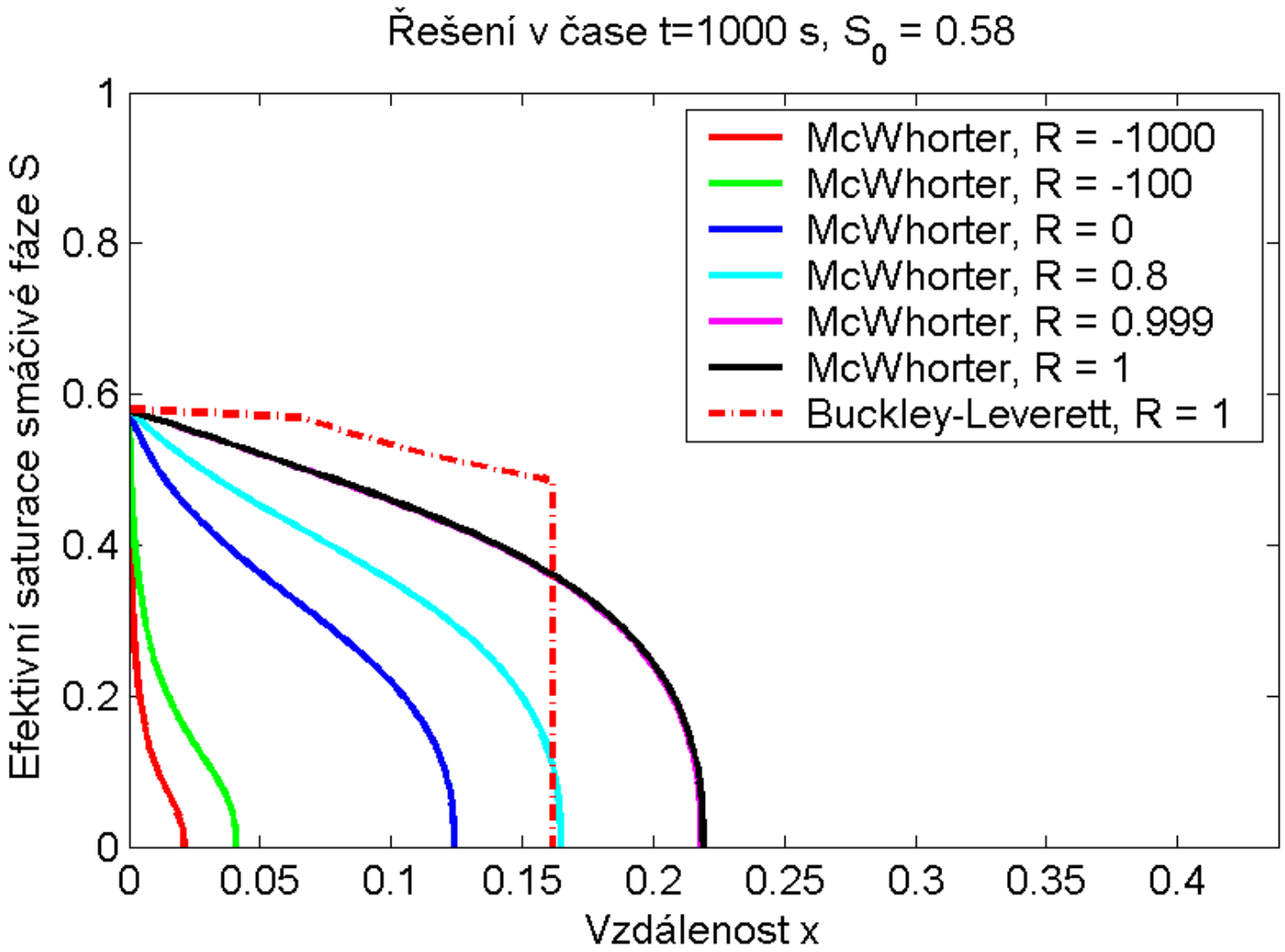
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



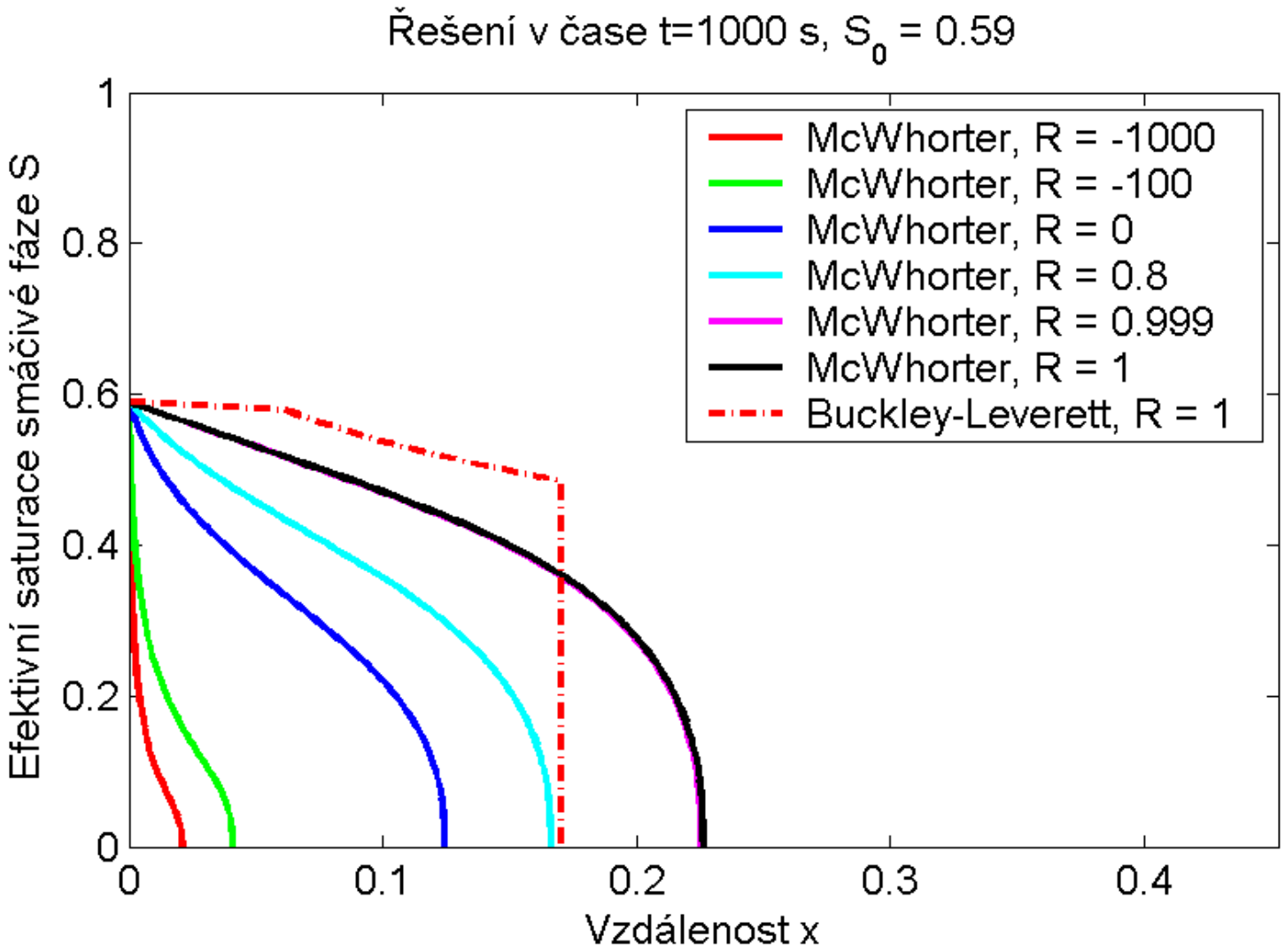
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



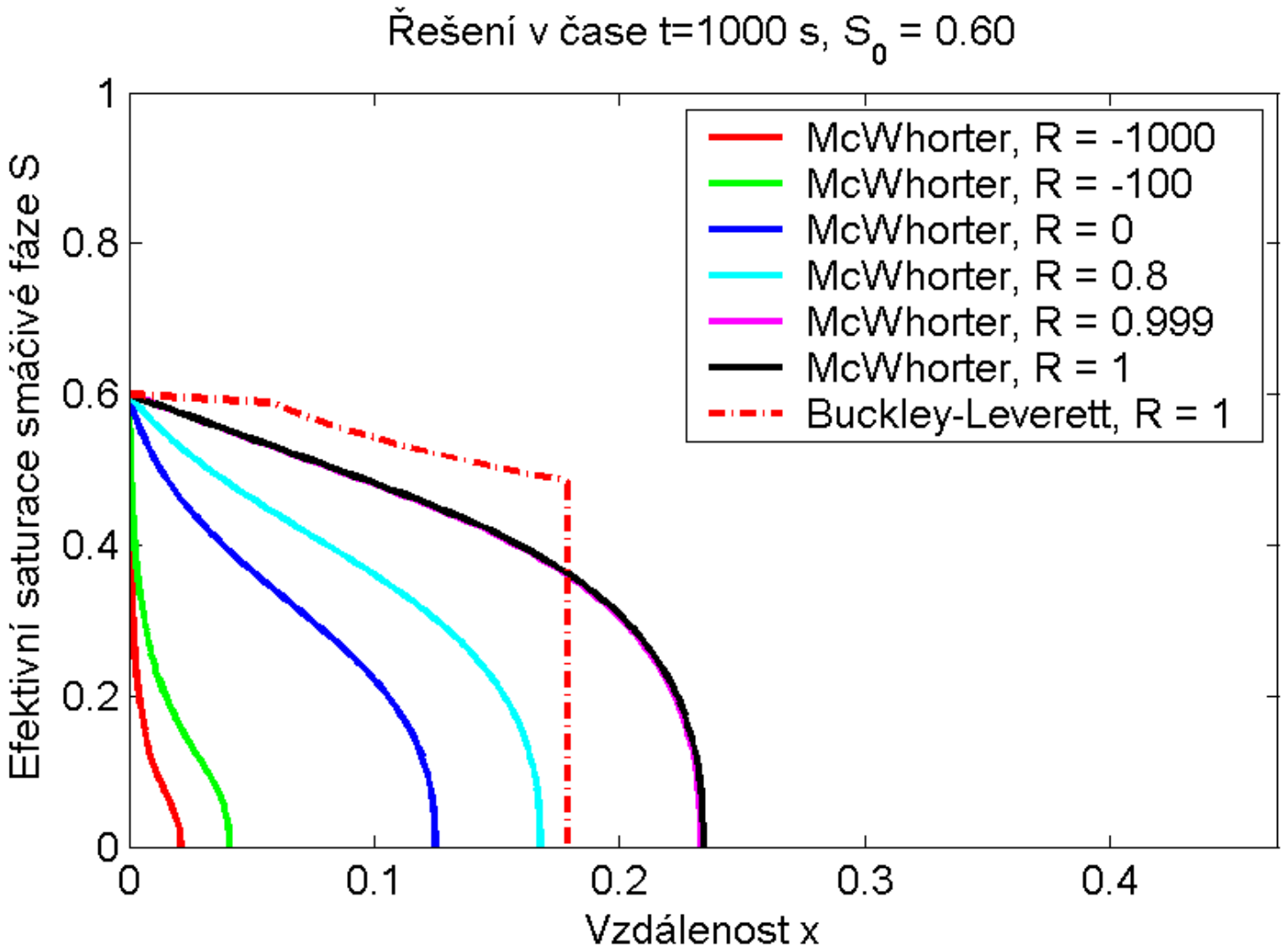
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



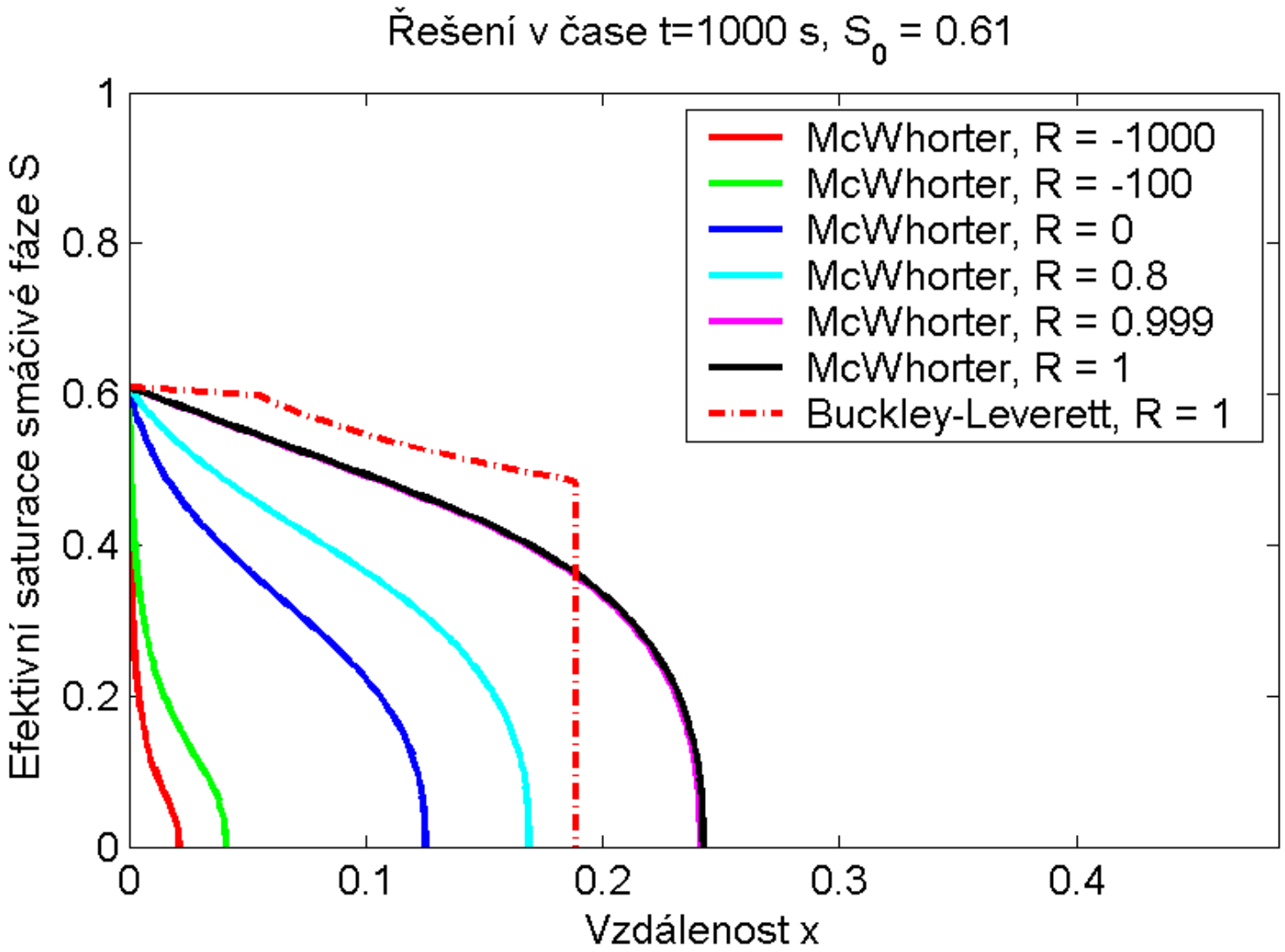
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



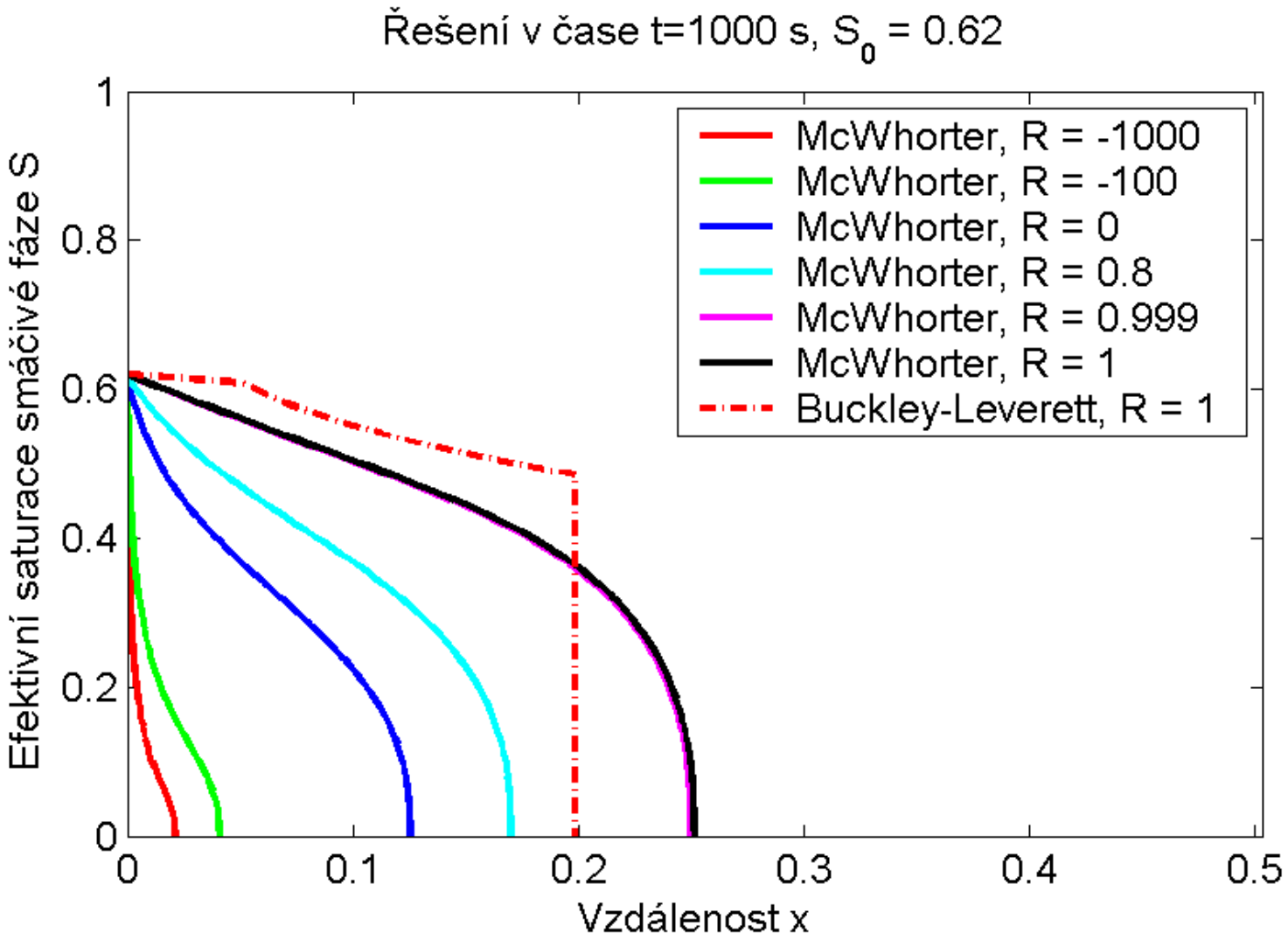
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



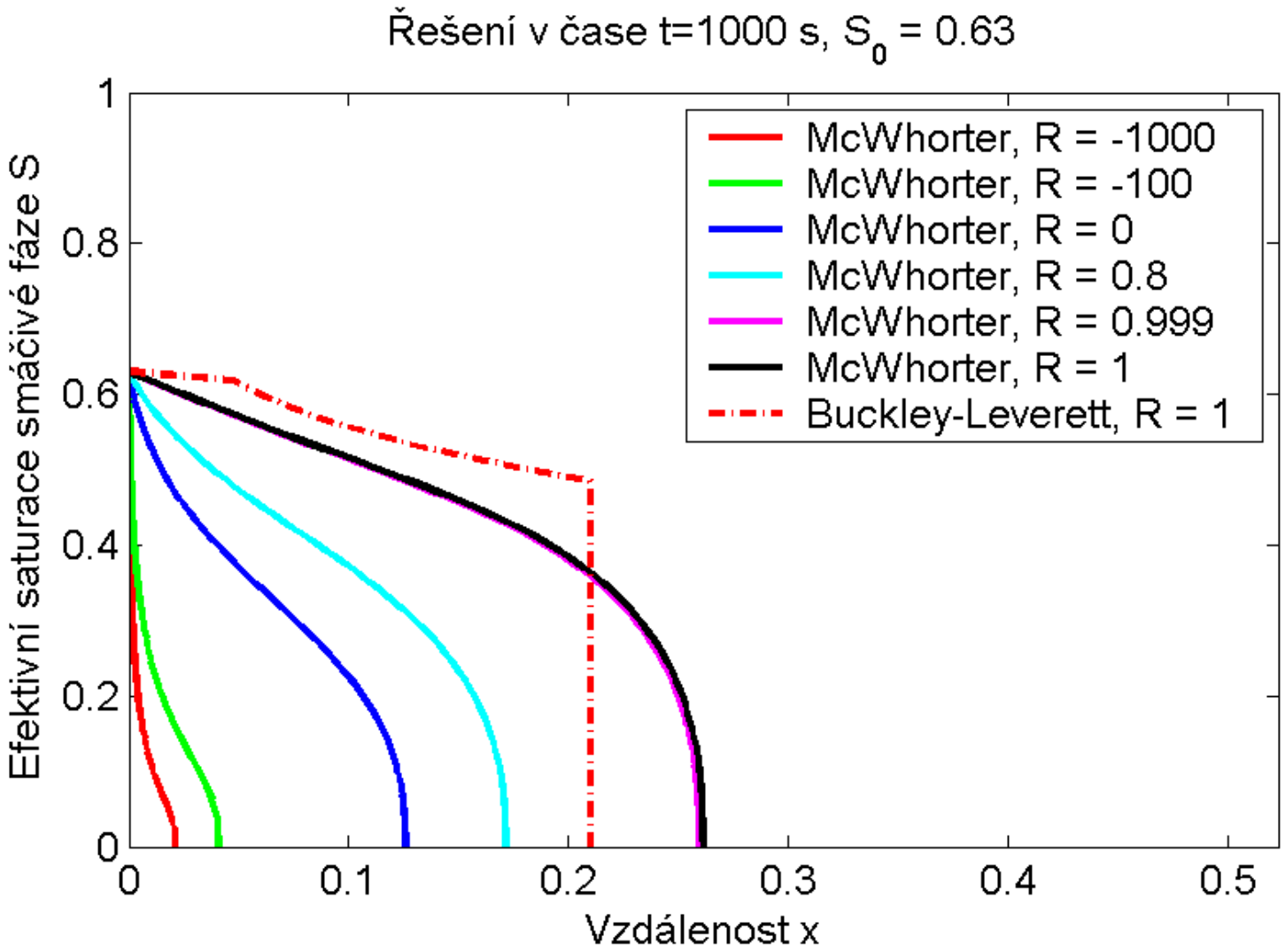
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



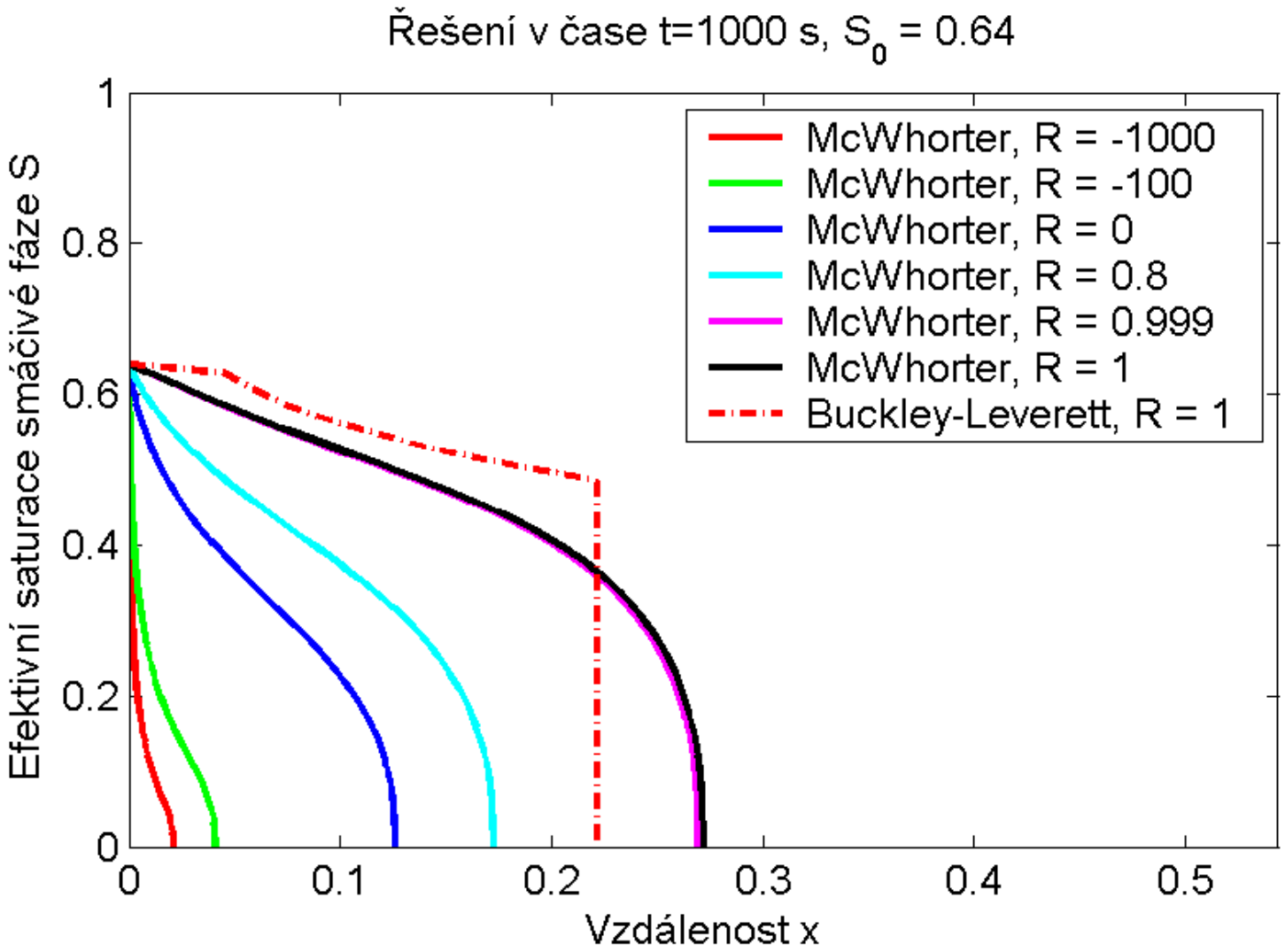
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



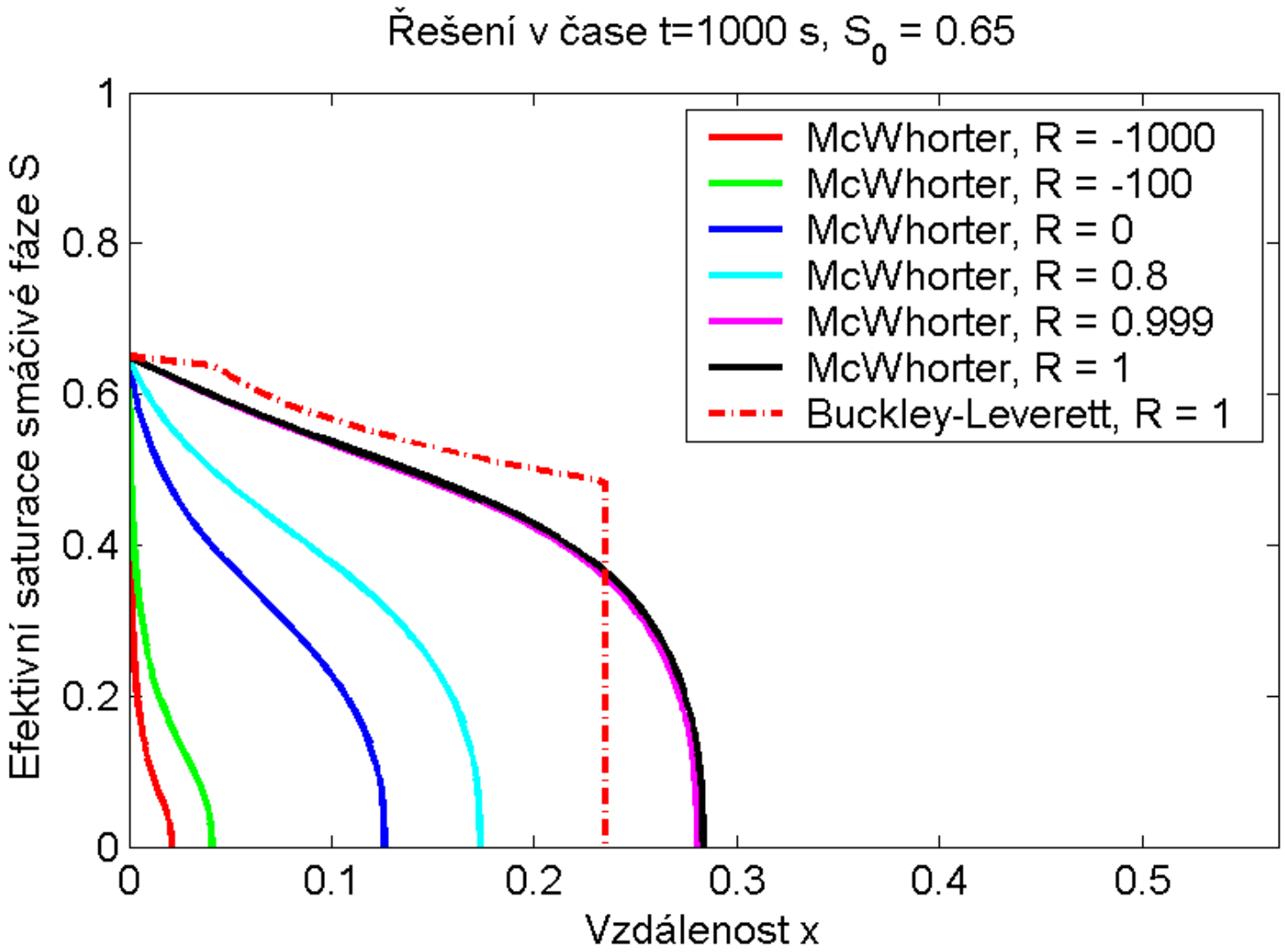
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Mathematical Modelling Group

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

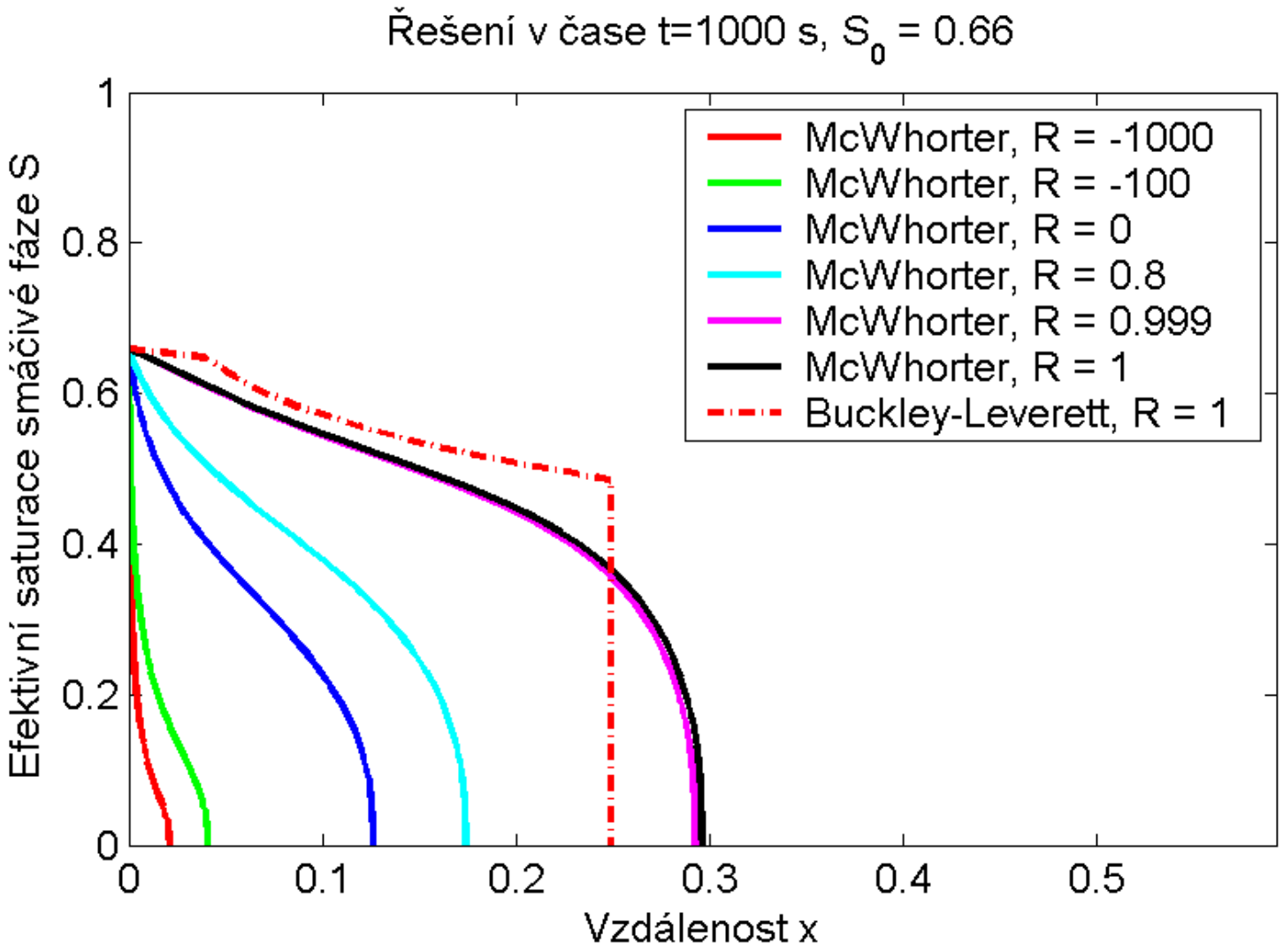
Radek Fučík

Úvod
- Motivace
- Matematický model

Přesné řešení
- McWhorterova a Sunadova úloha
- Integrální rovnice

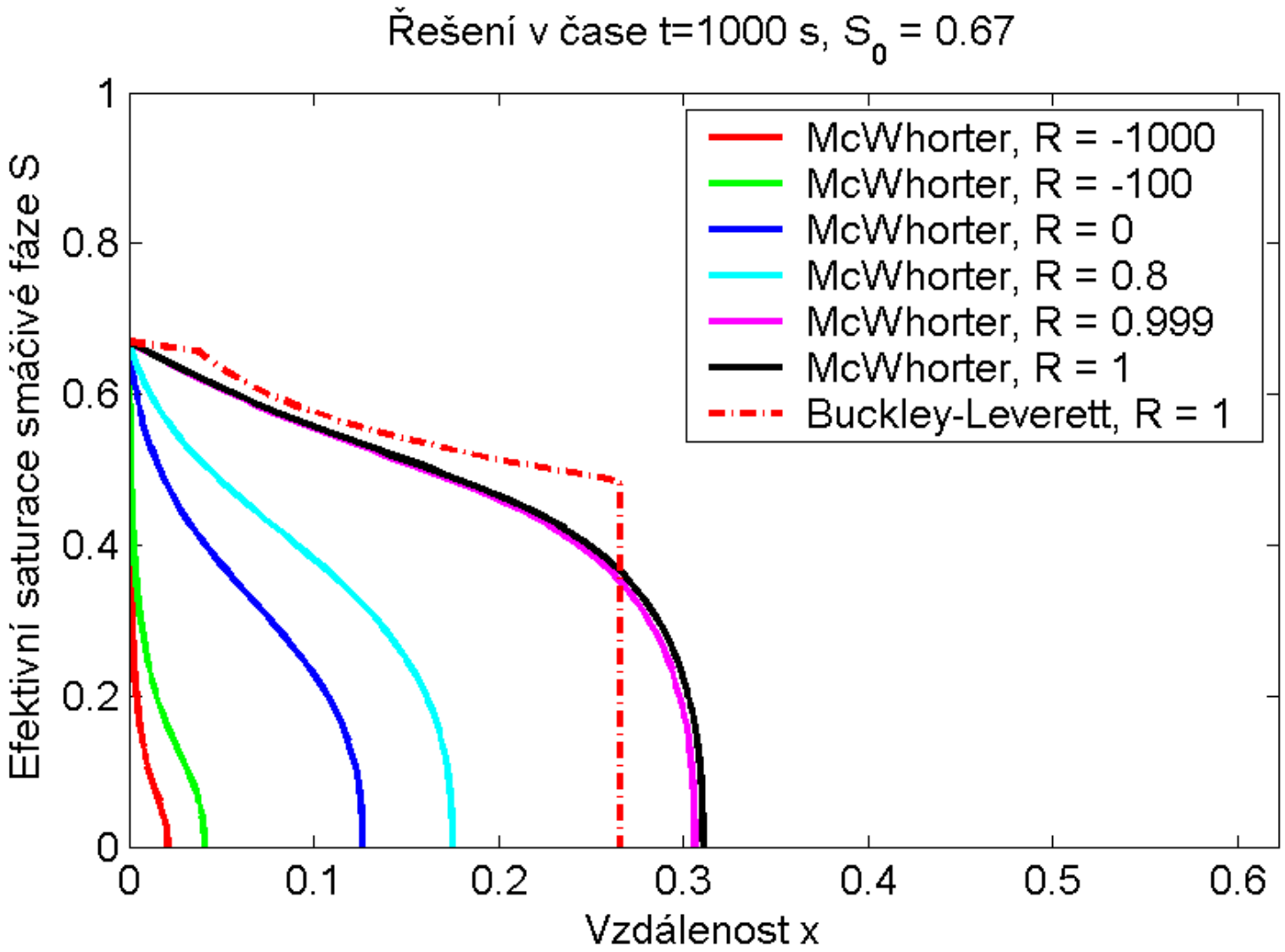
Nesnáze a otázky
- Analýza první iterace
- Modifikované iterační rovnice
- Zobecnění
- Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
- Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
- Heterogenní porézní prostředí

Závěr



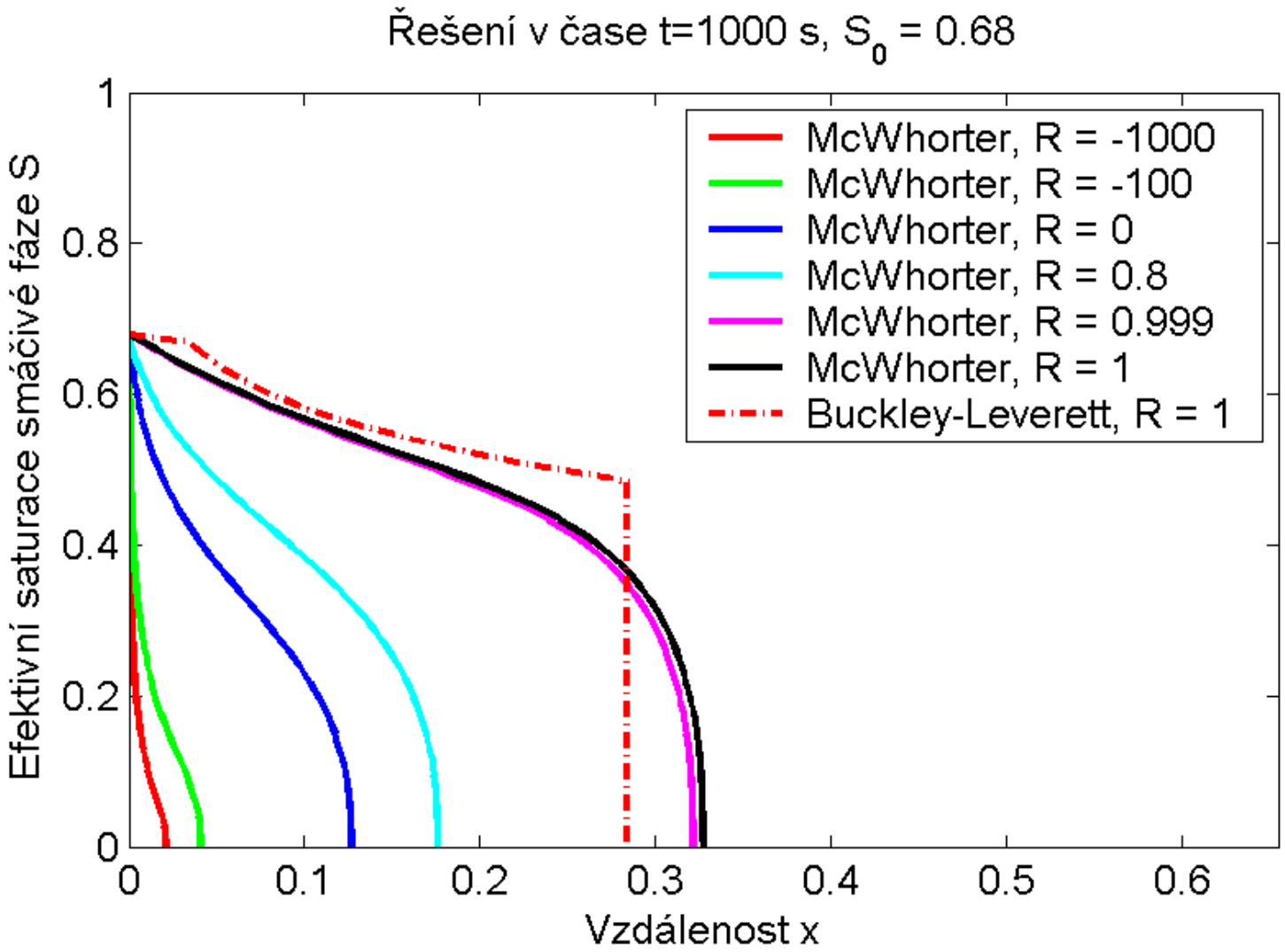
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



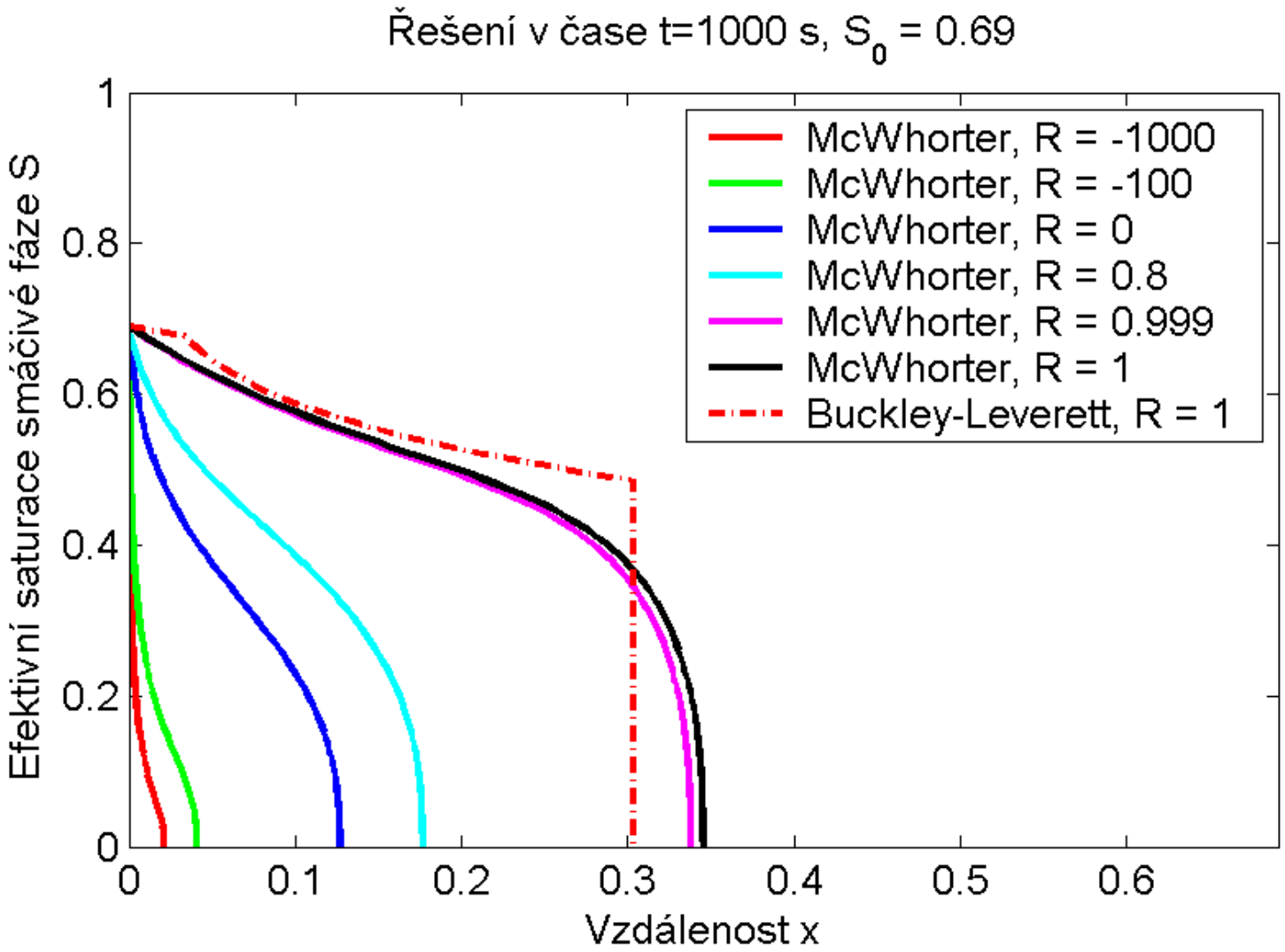
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



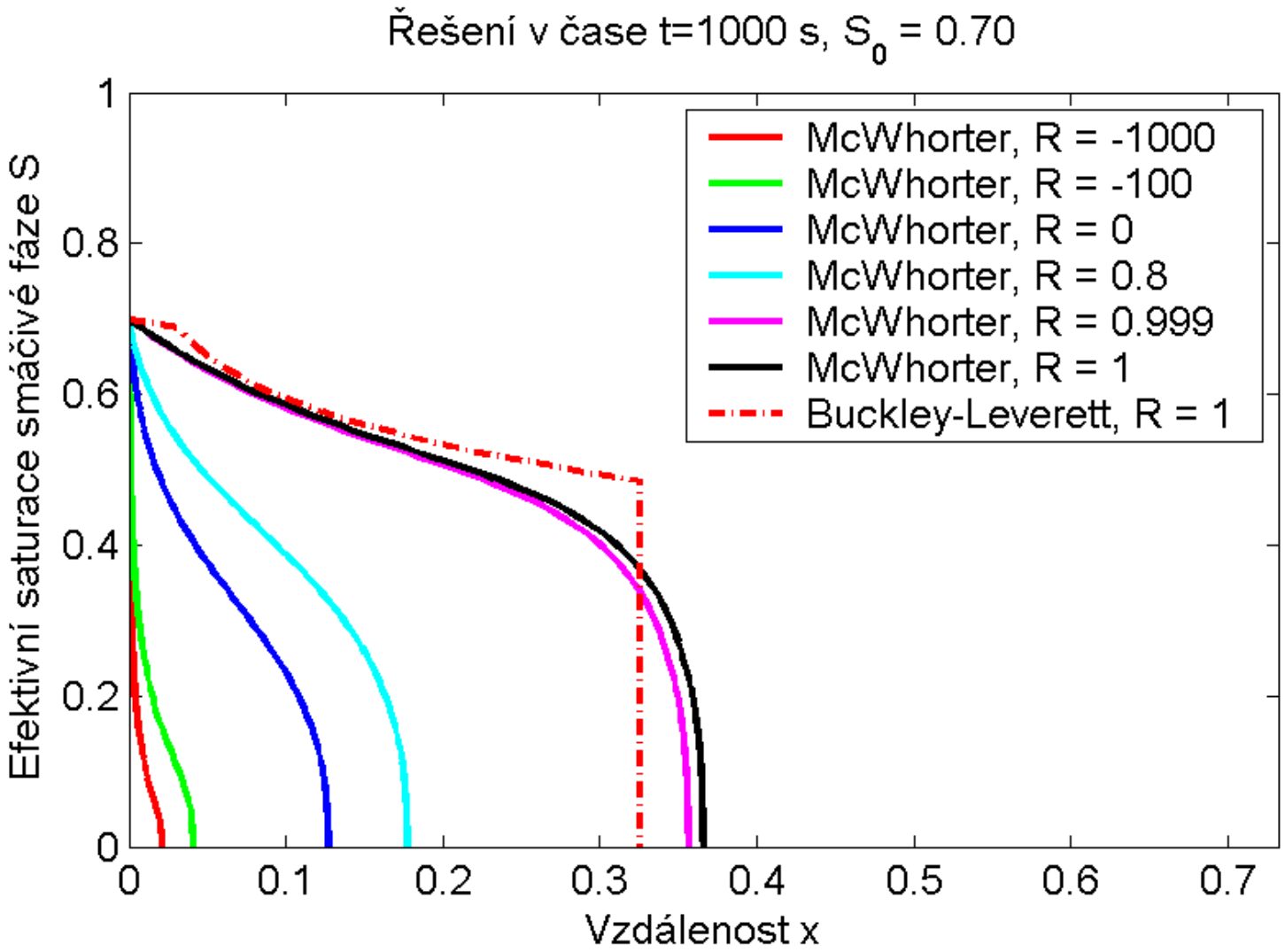
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

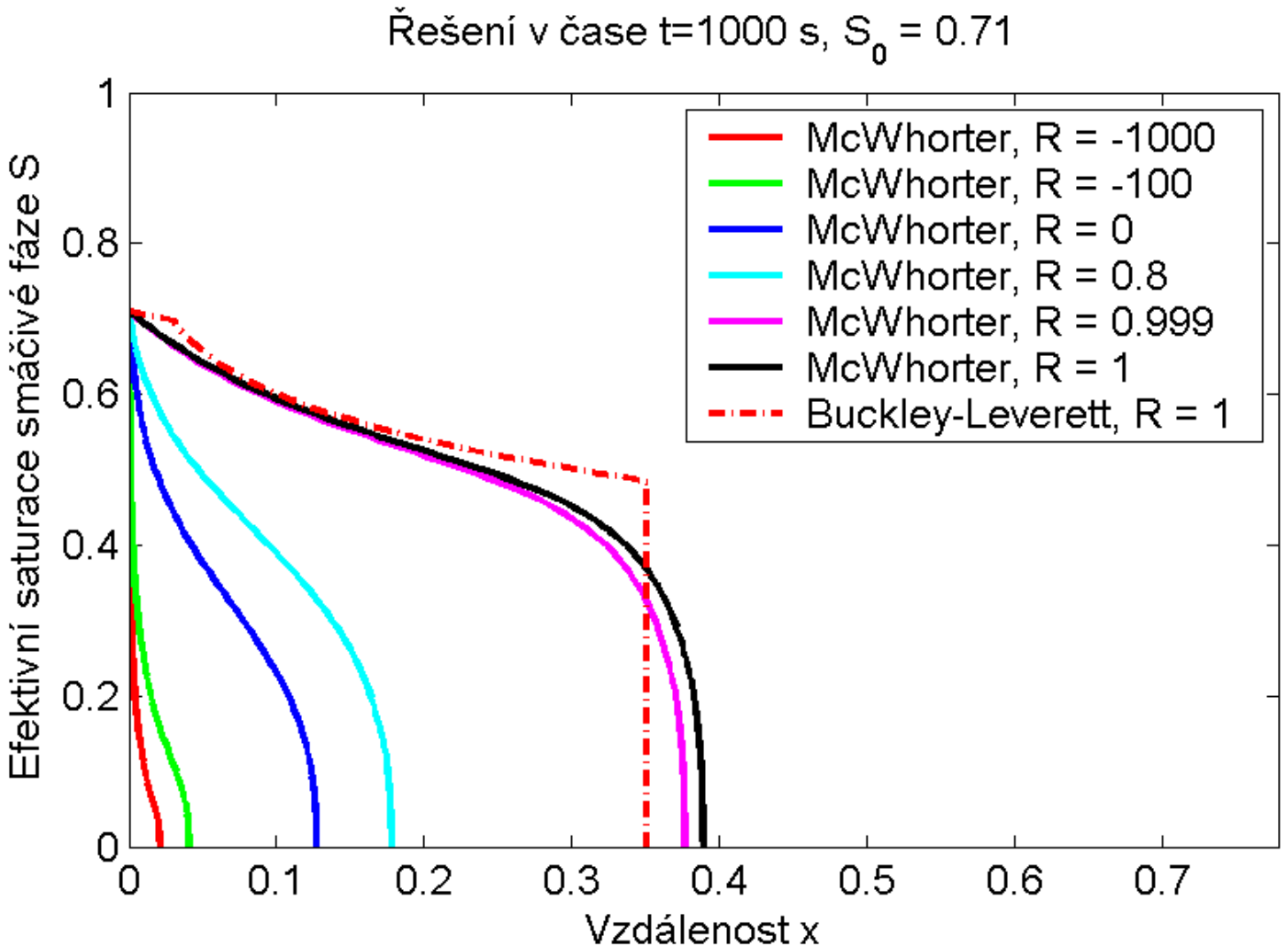
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

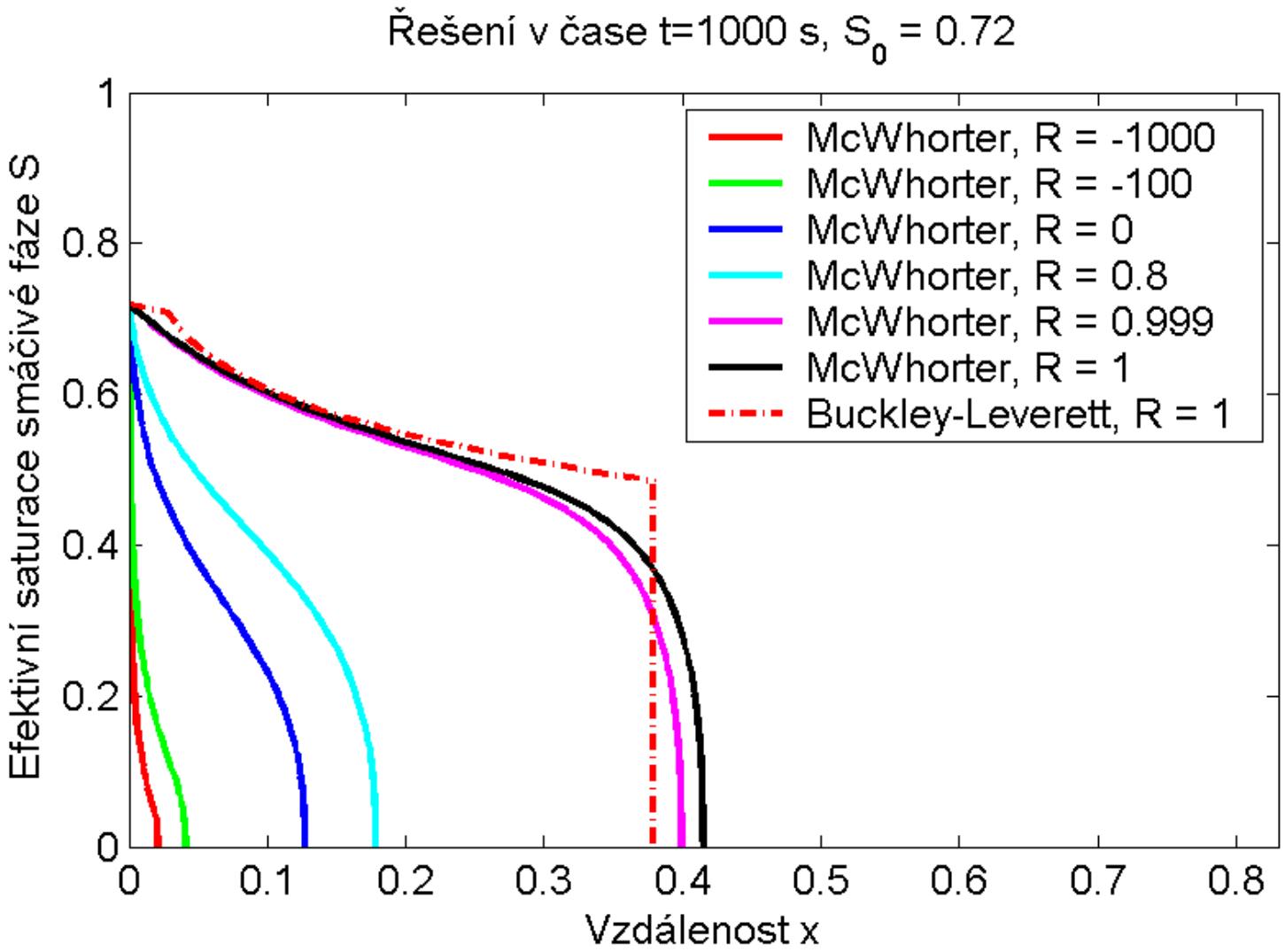
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



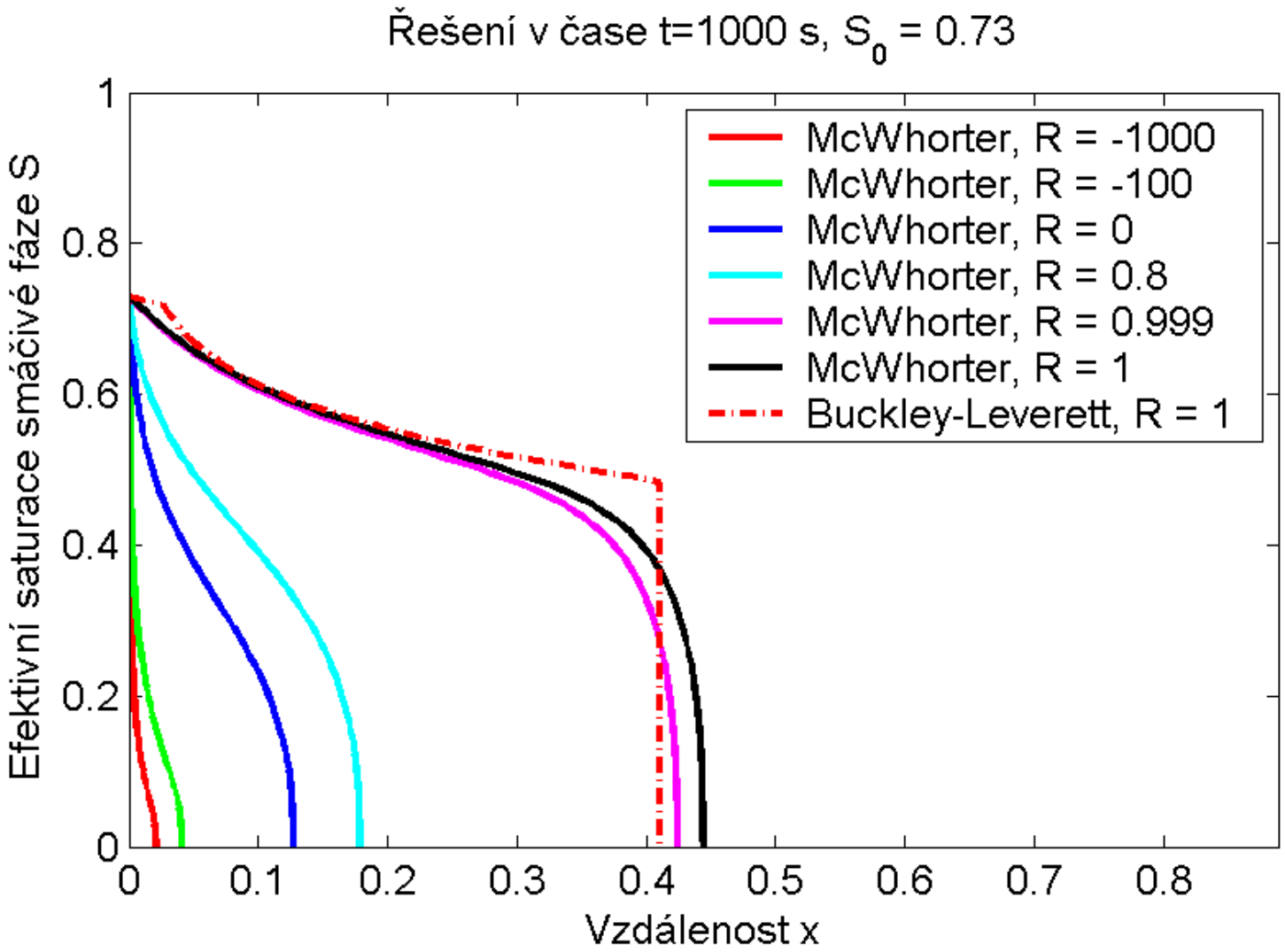
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



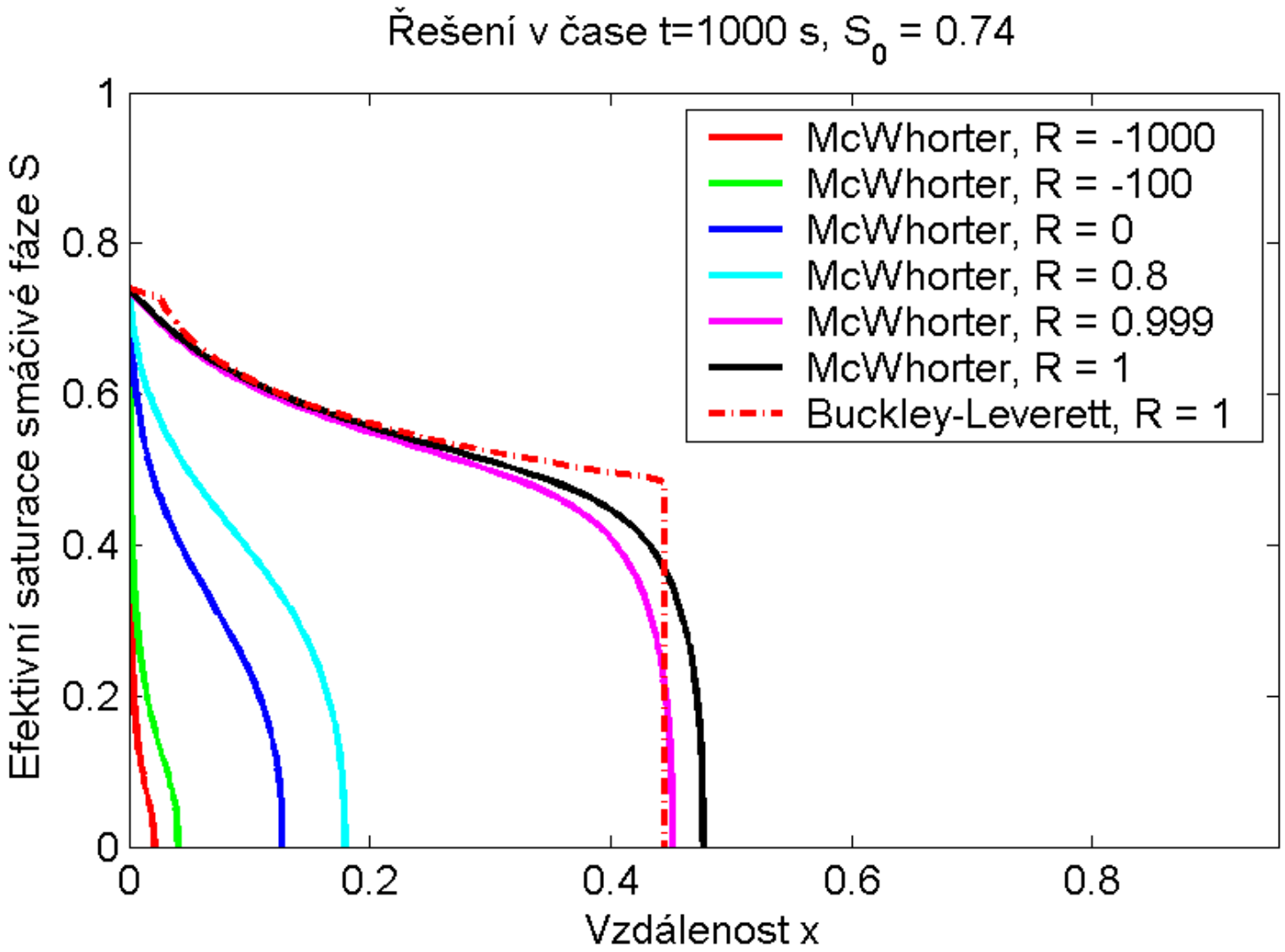
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



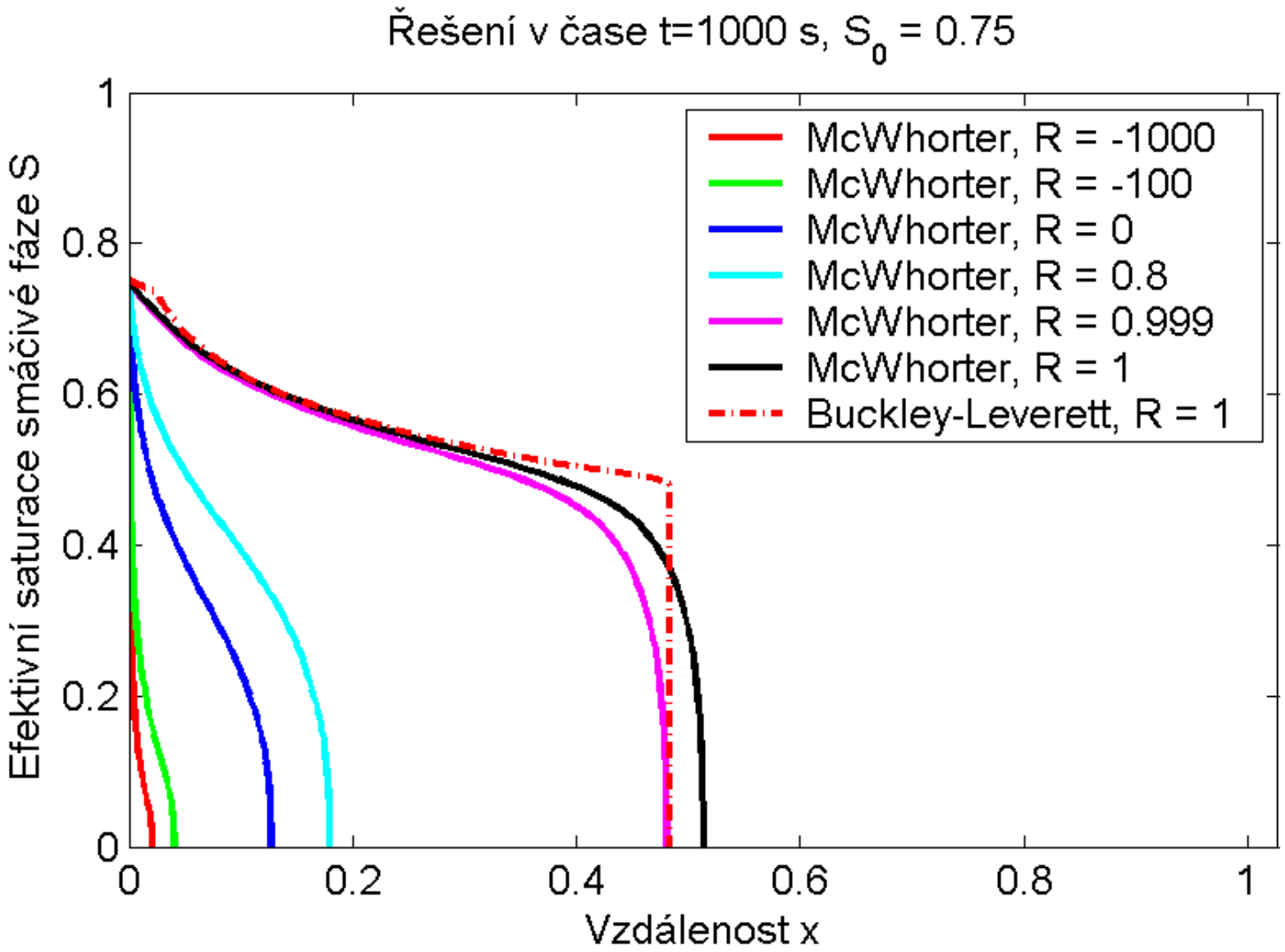
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



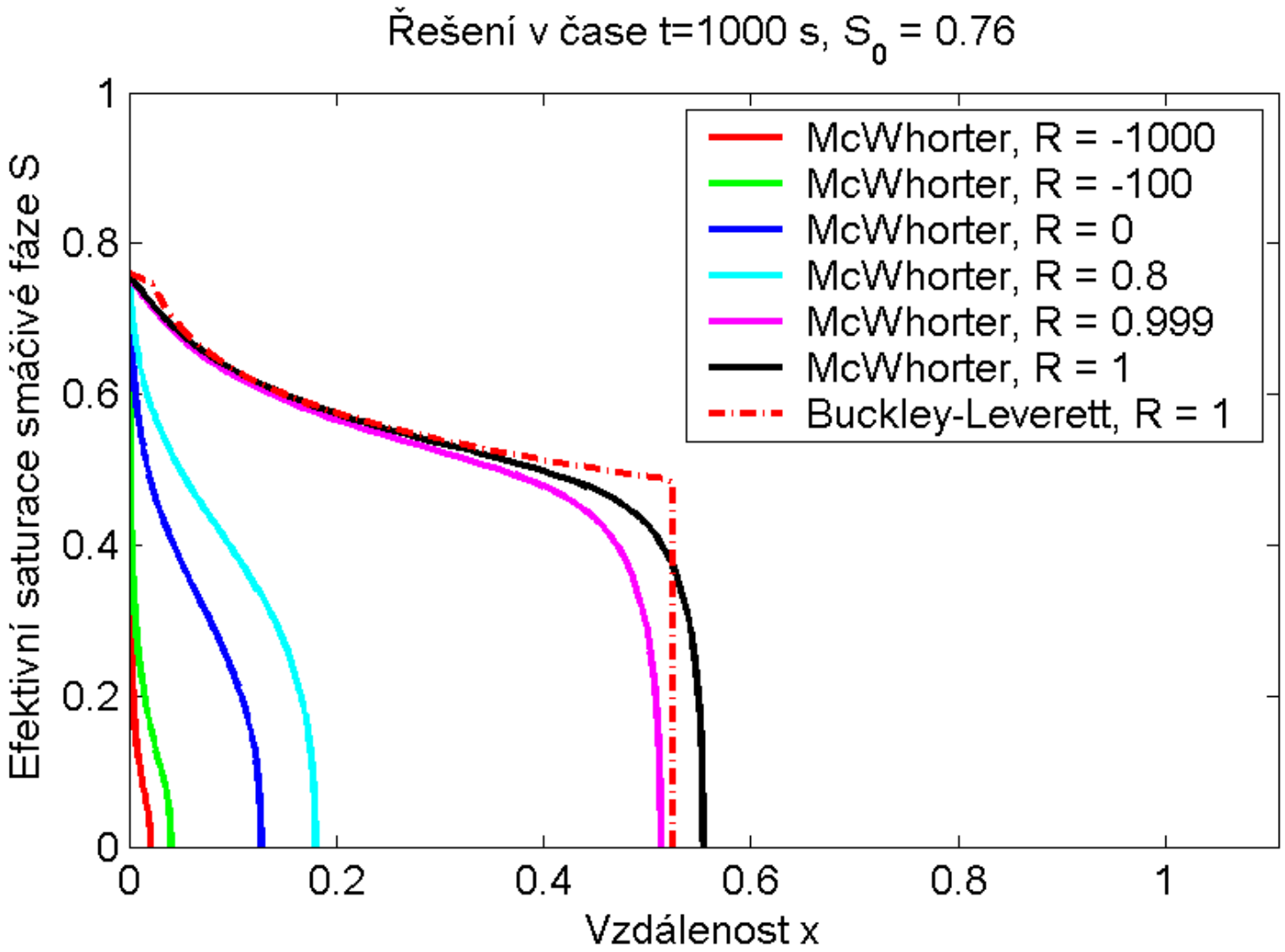
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



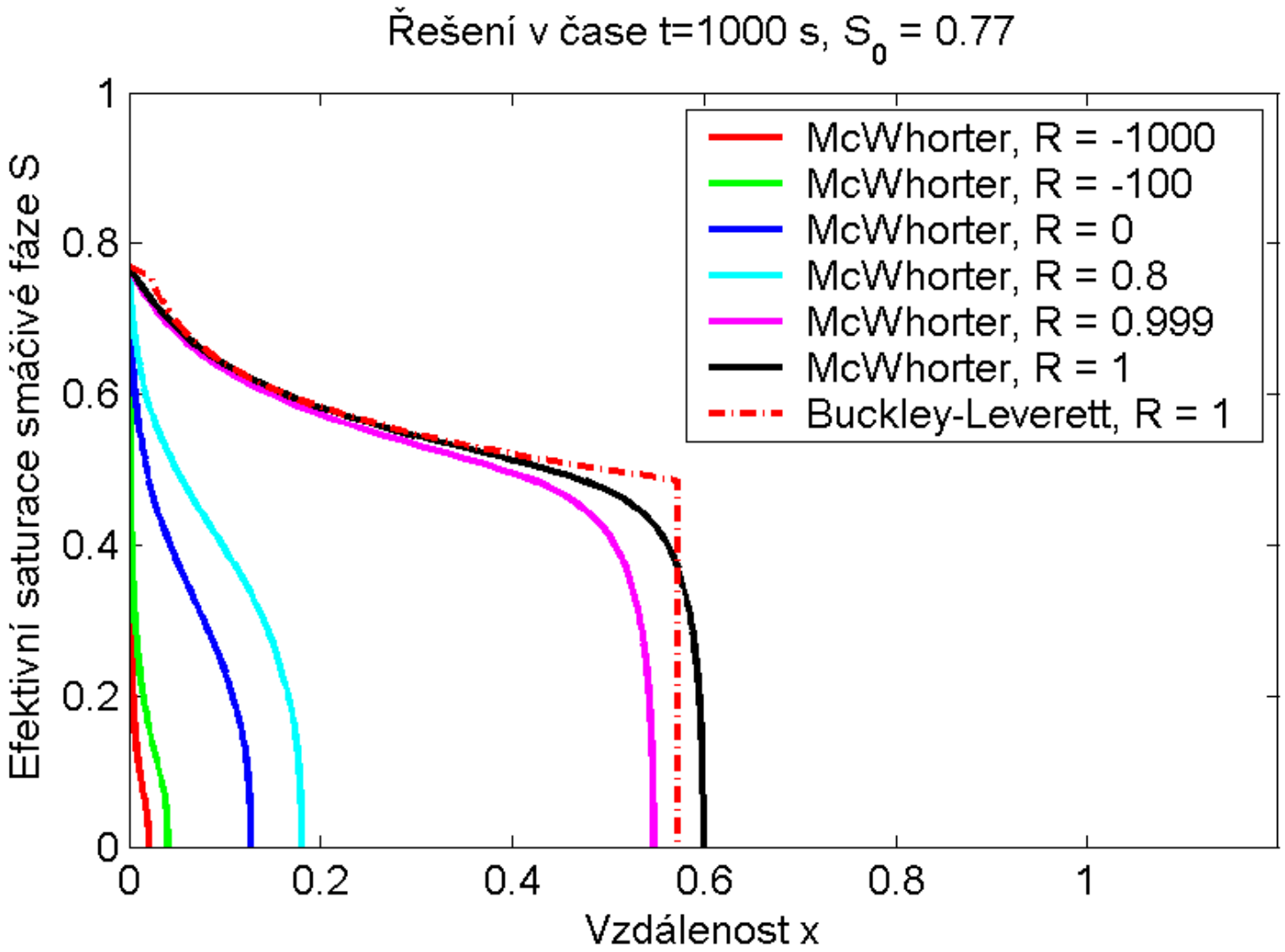
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

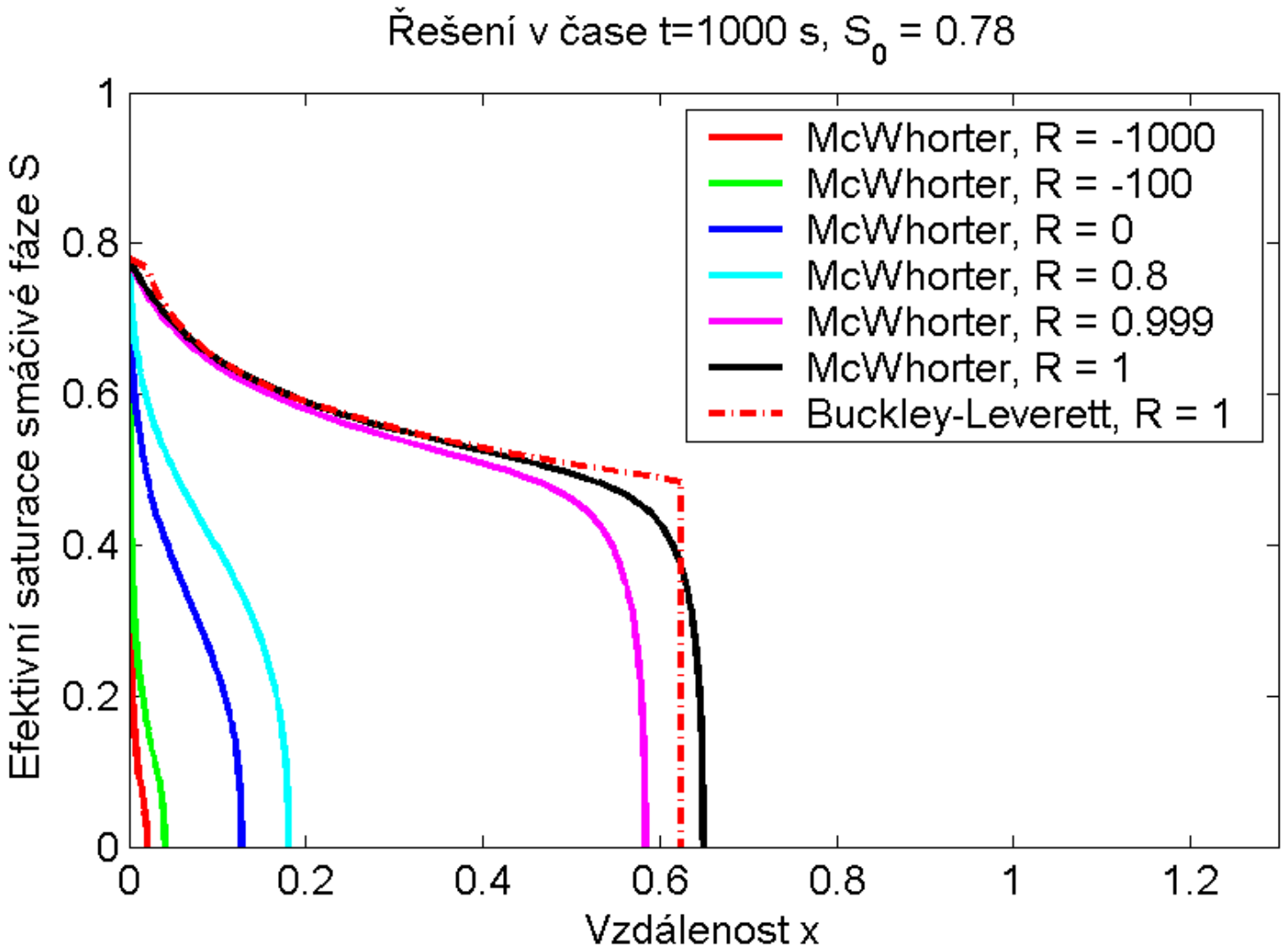
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

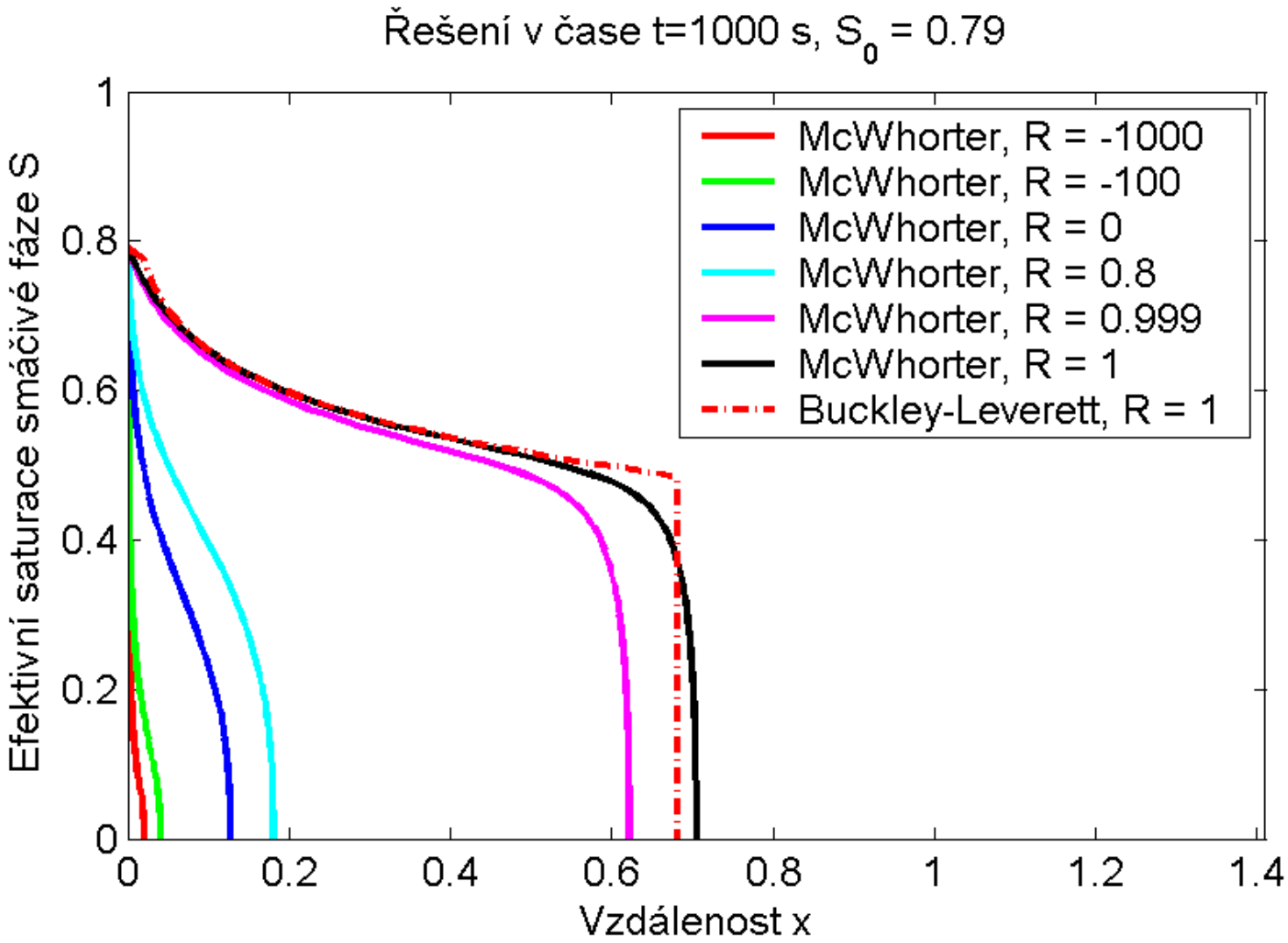
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

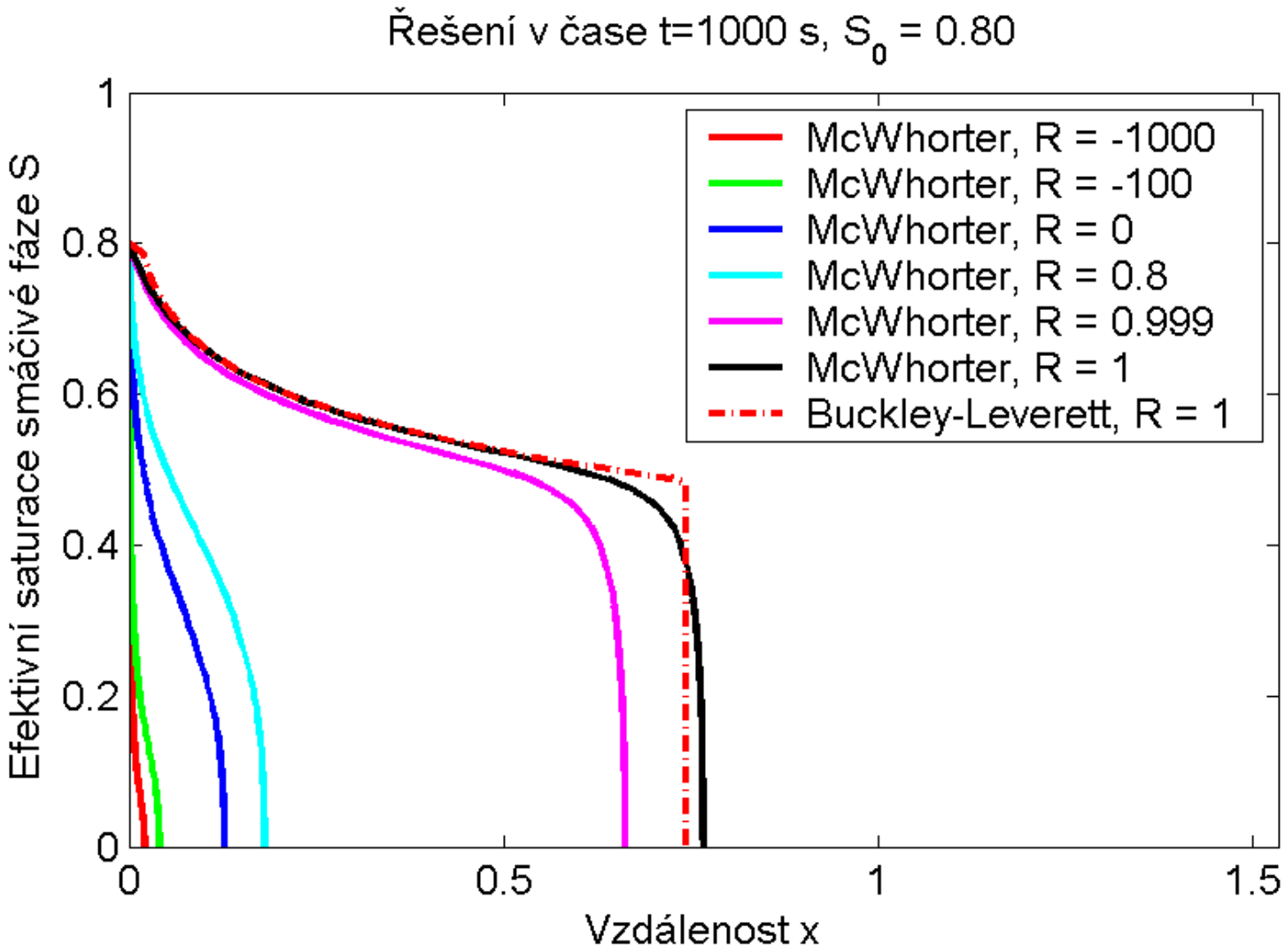
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



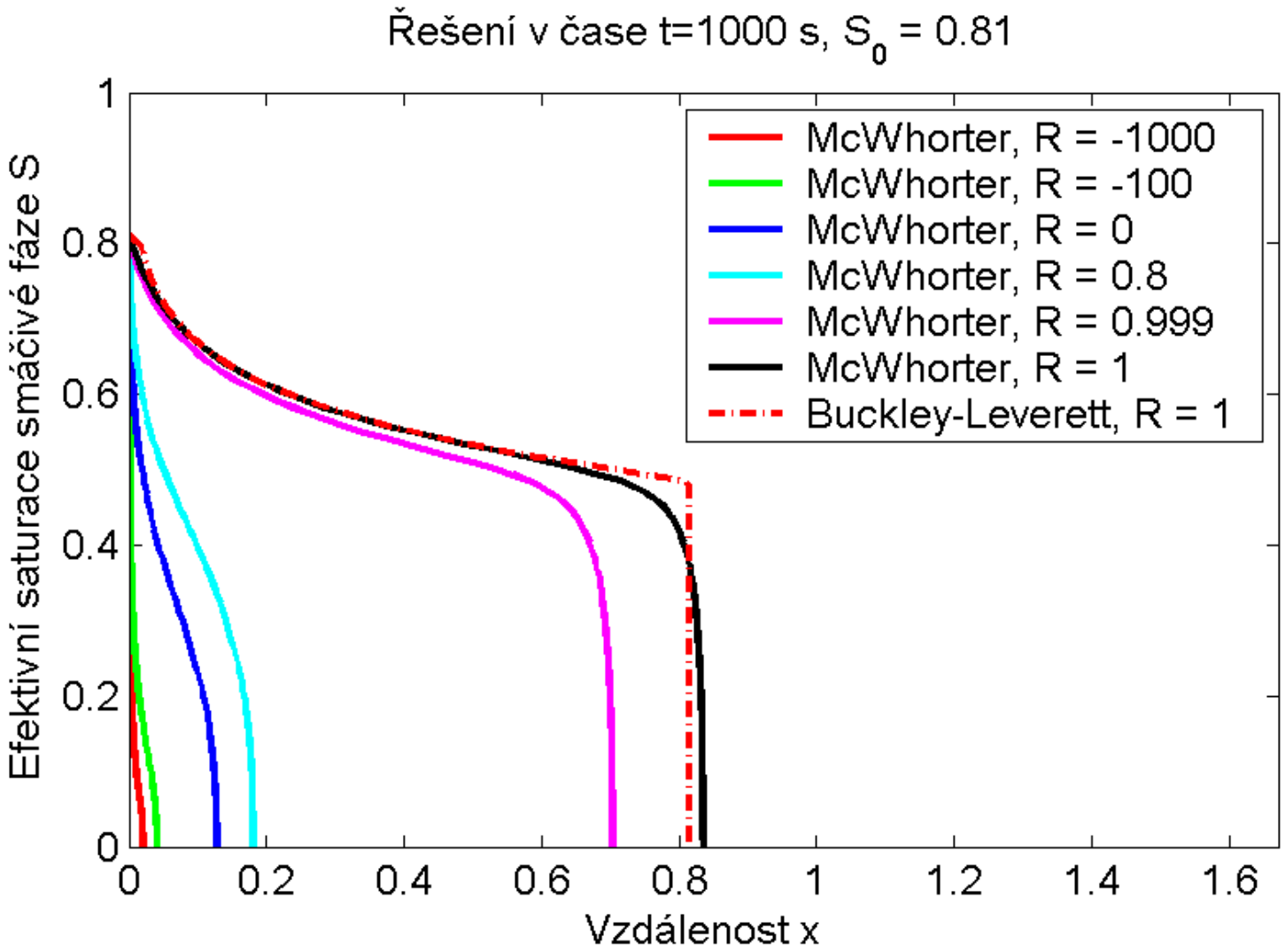
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



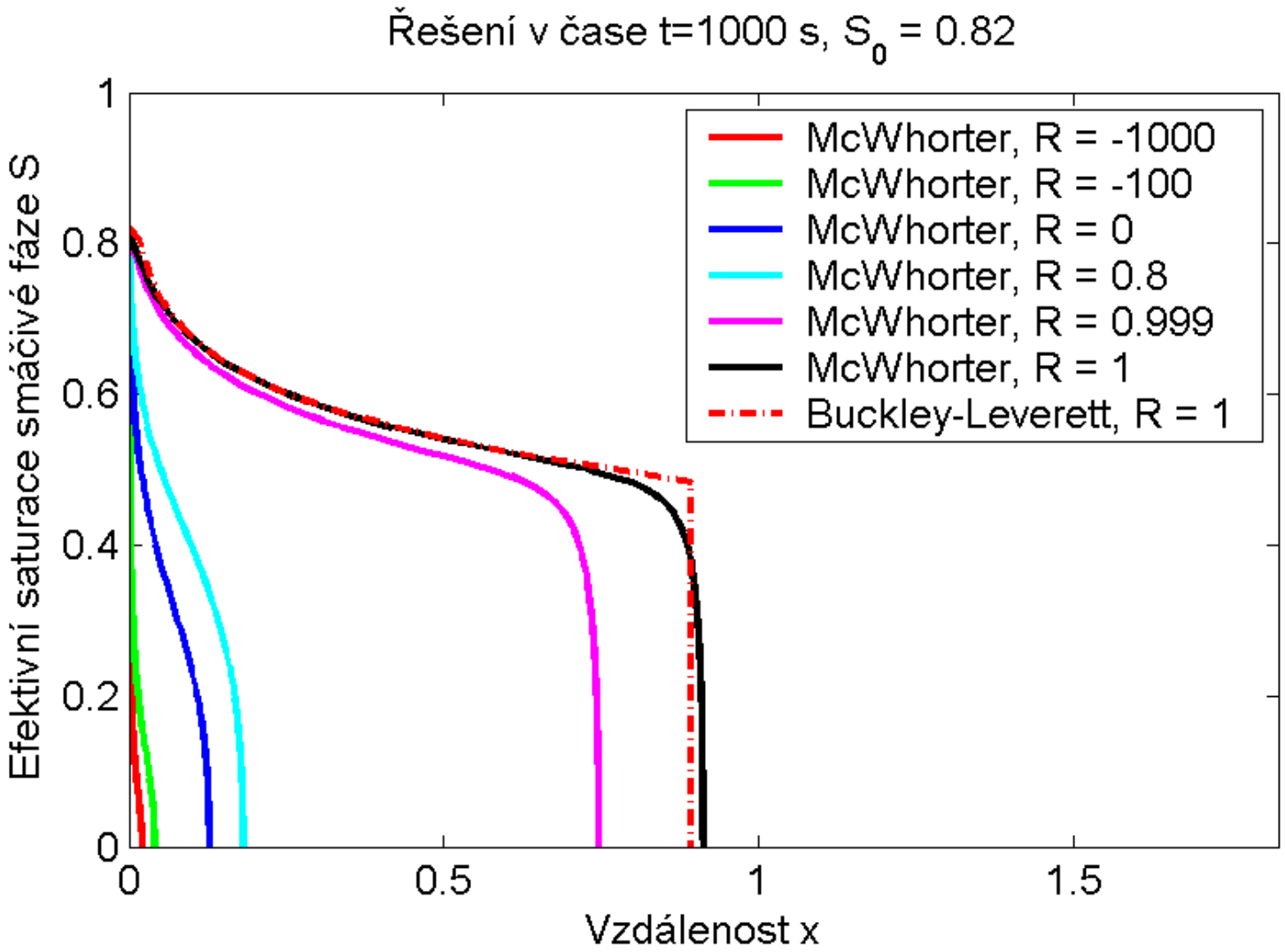
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



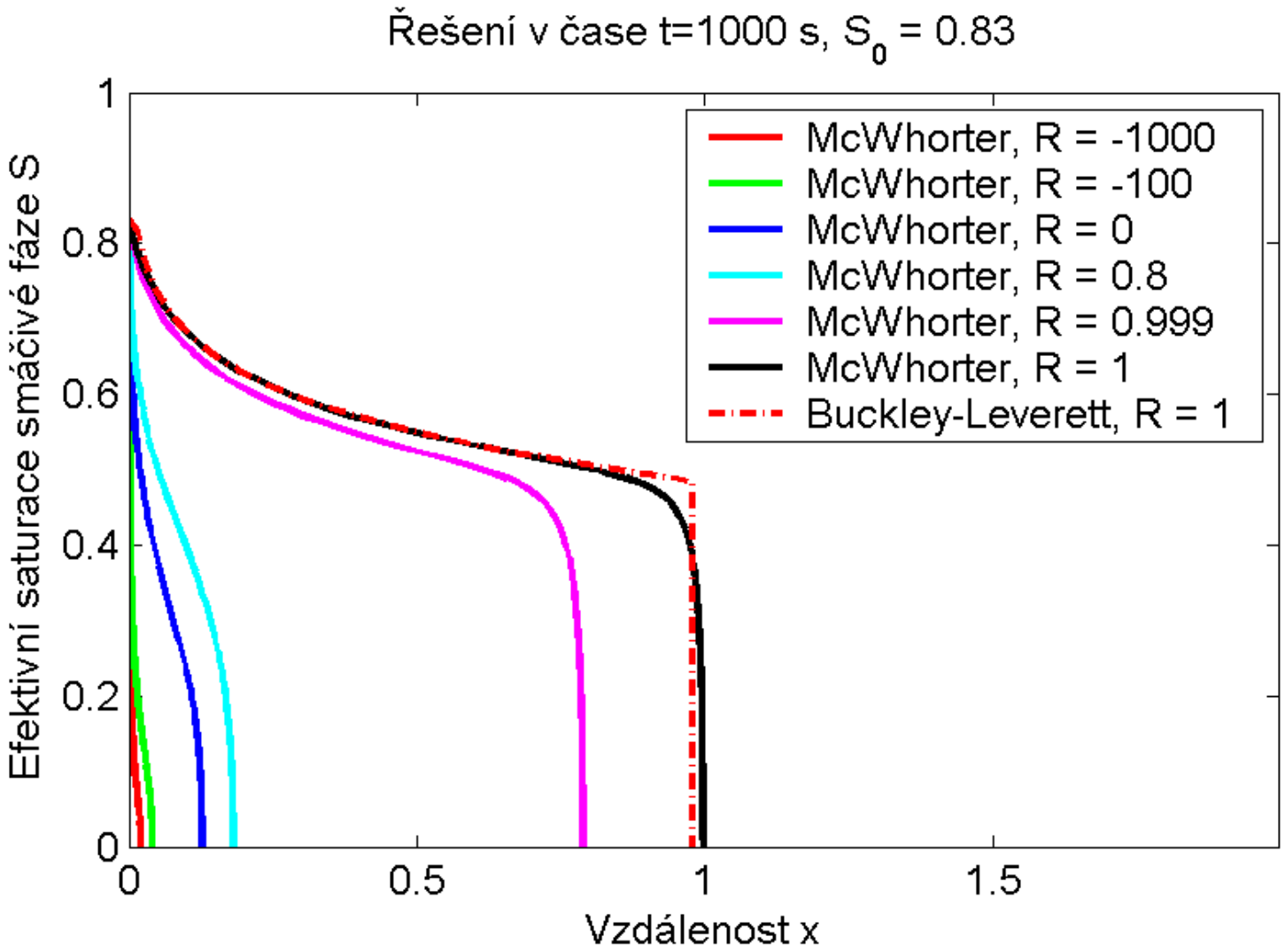
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



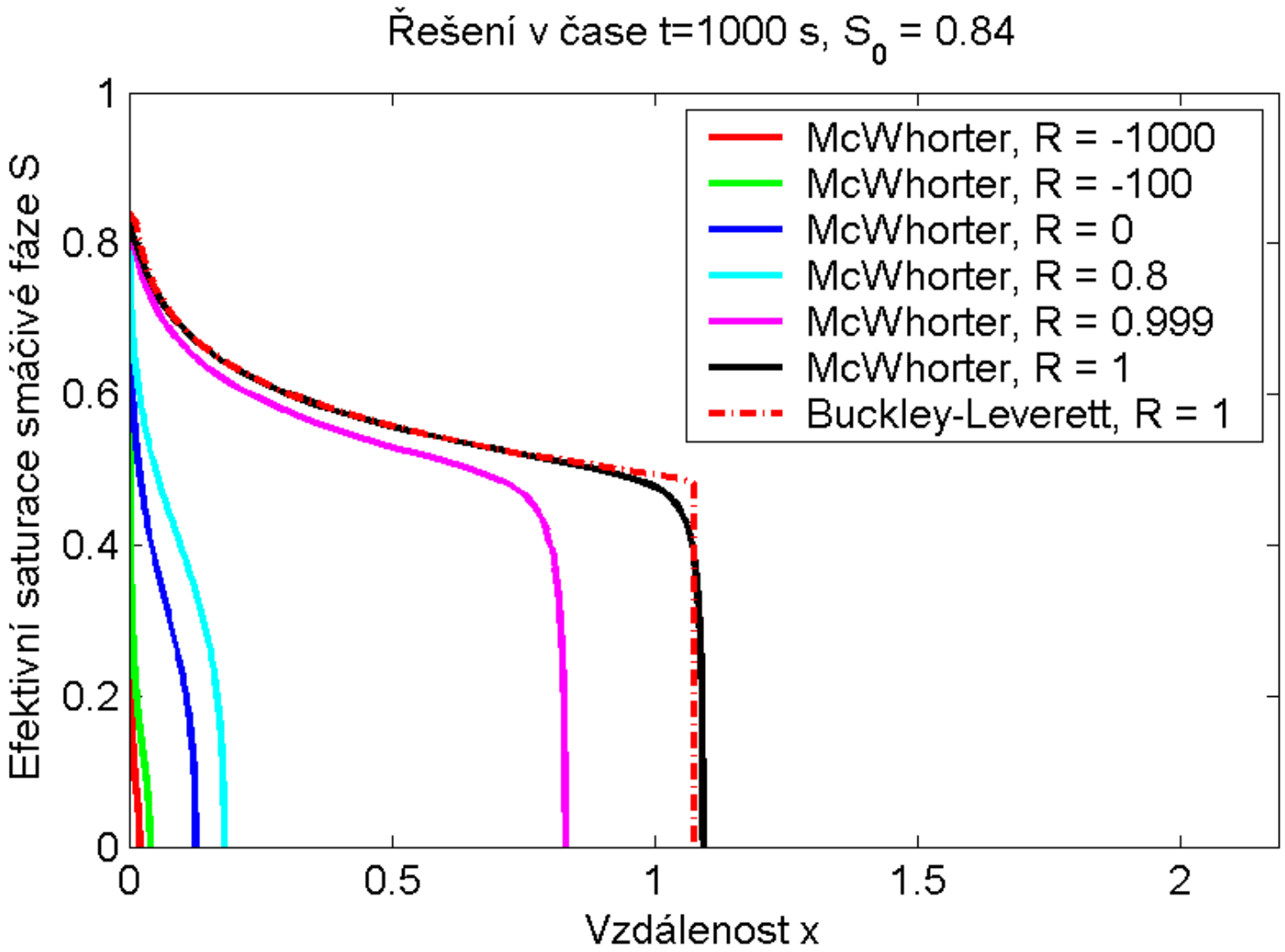
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Mathematical Modelling Group

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

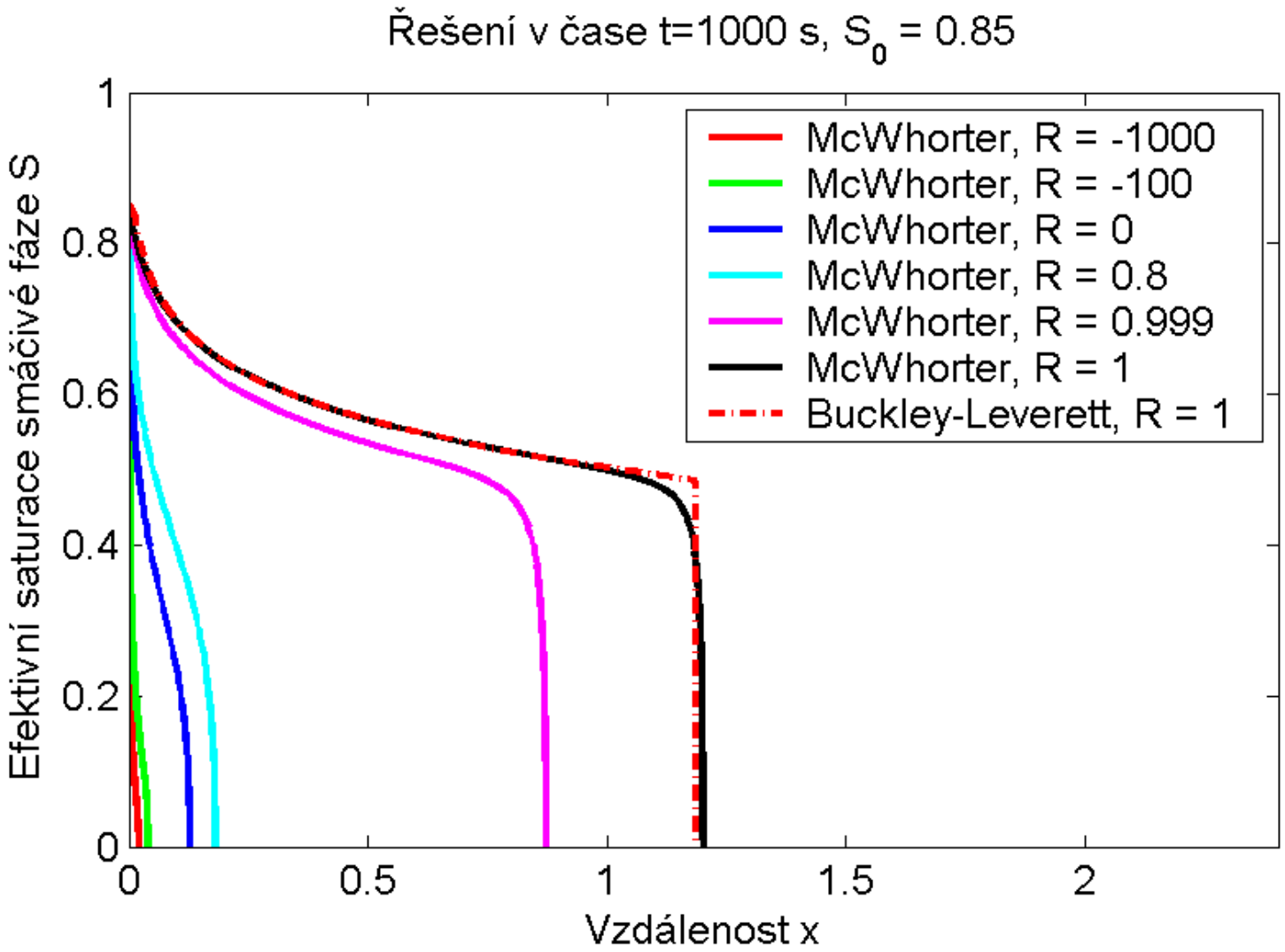
Radek Fučík

Úvod
- Motivace
- Matematický model

Přesné řešení
- McWhorterova a Sunadova úloha
- Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
- Analýza první iterace
- Modifikované iterační rovnice
- Zobecnění
- Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
- Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
- Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

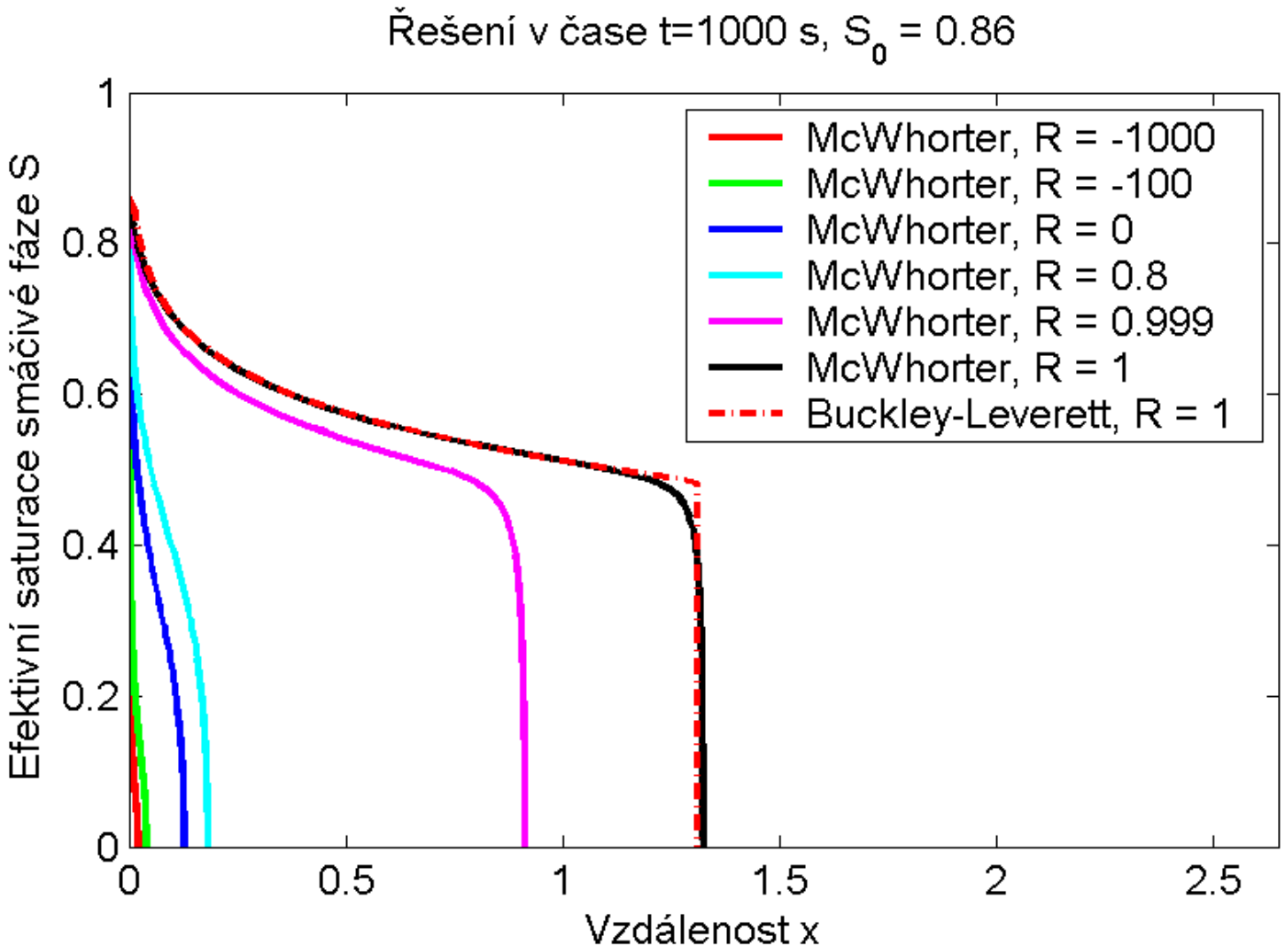
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

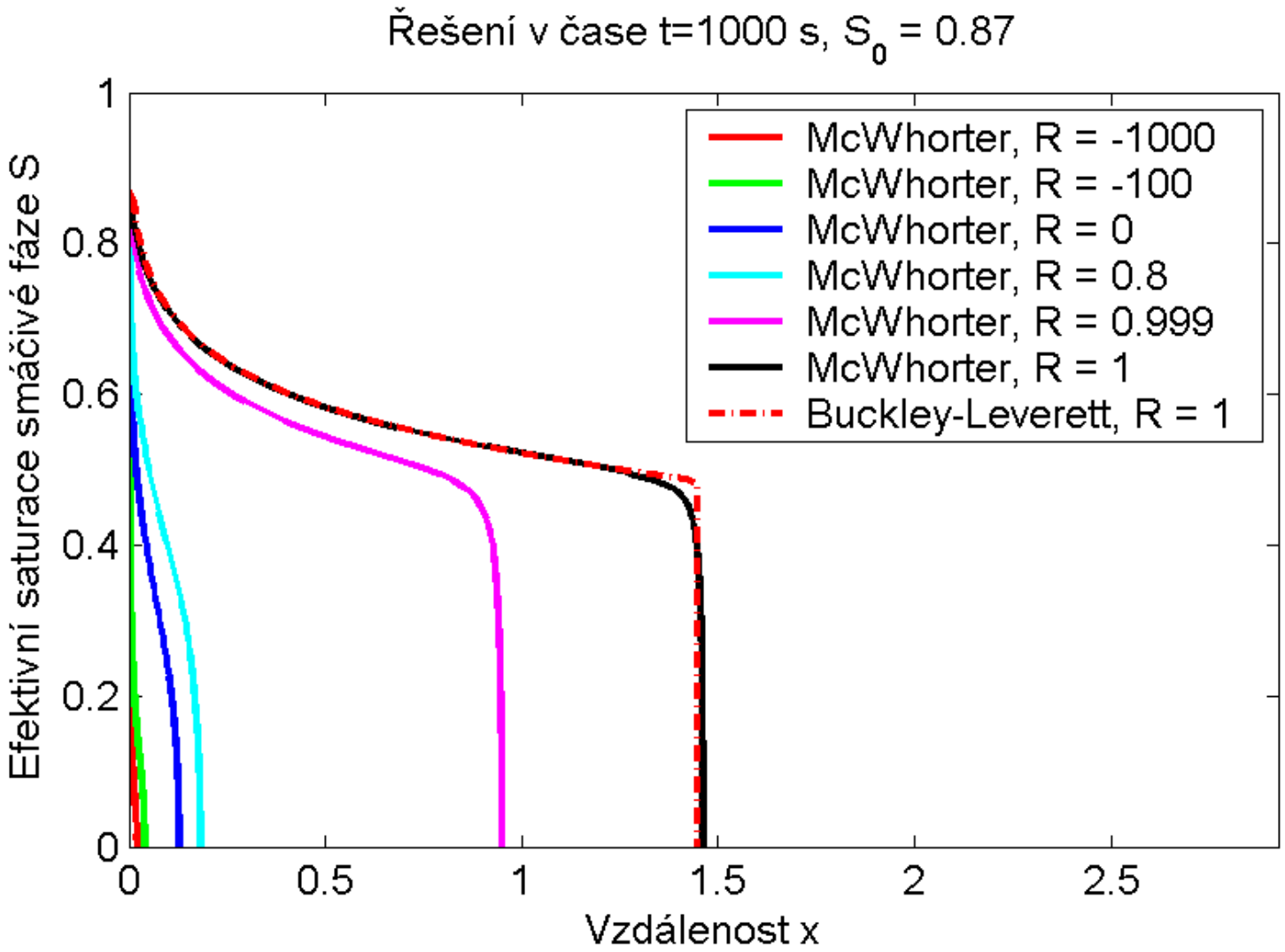
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

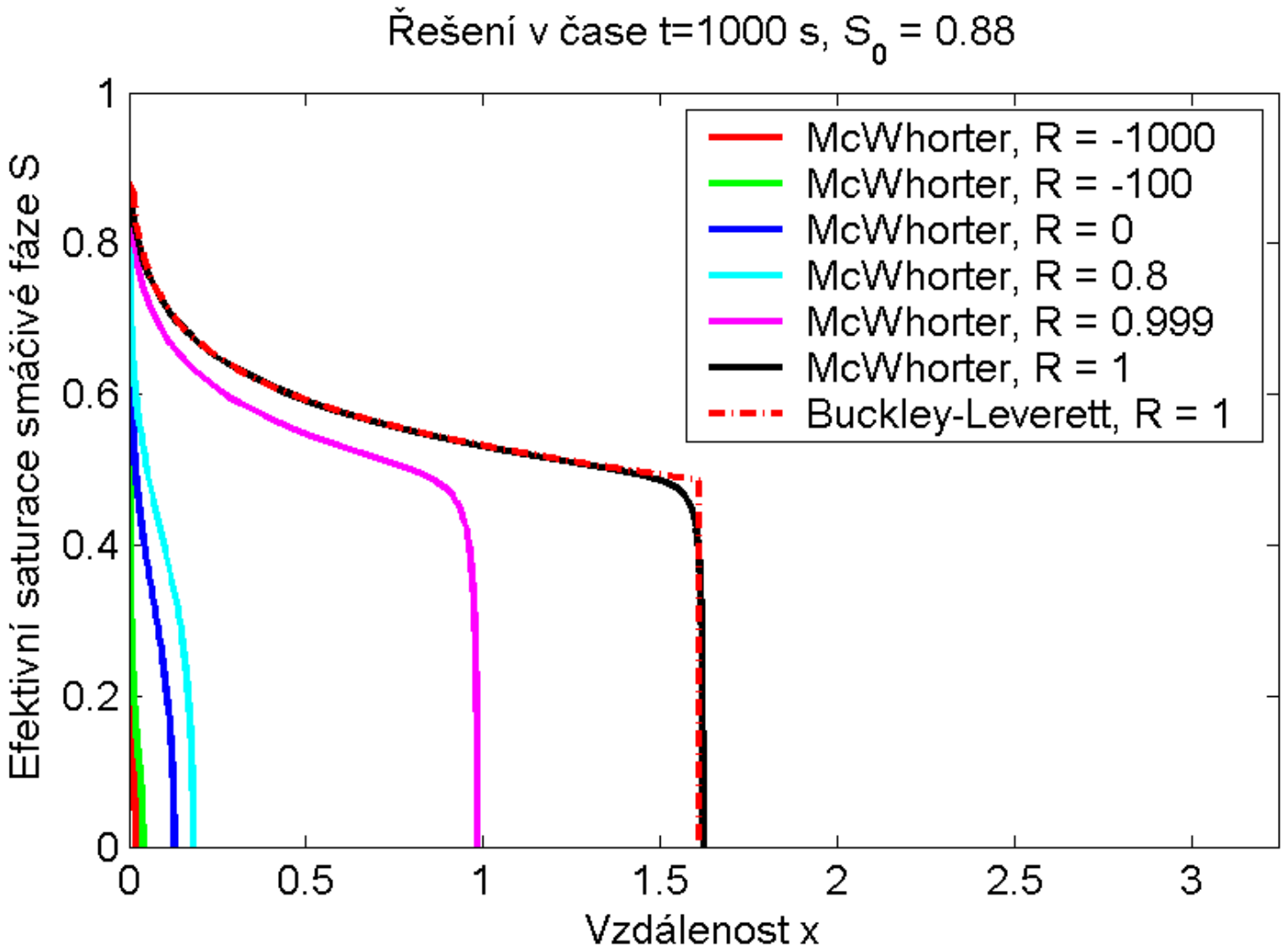
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

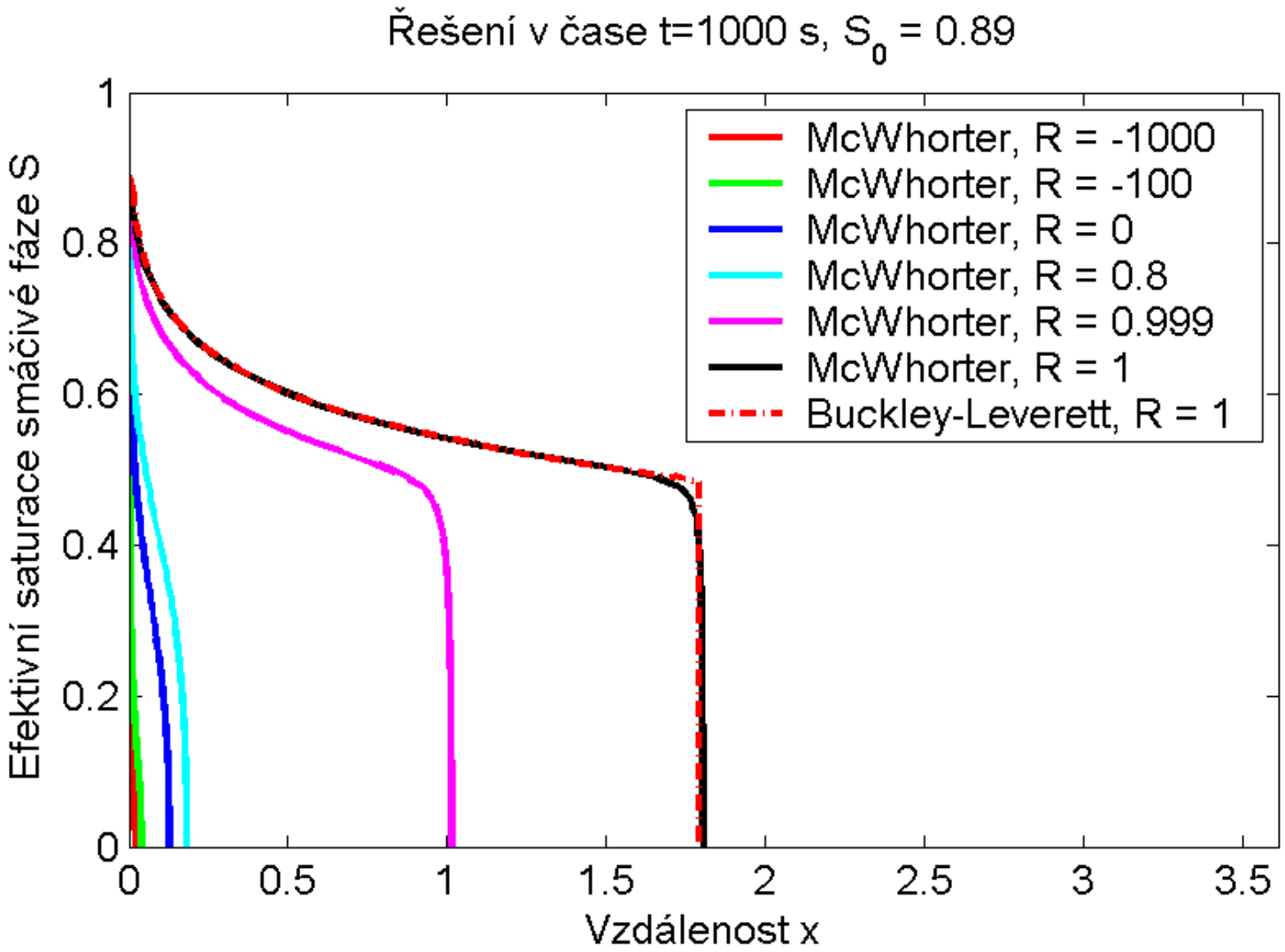
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

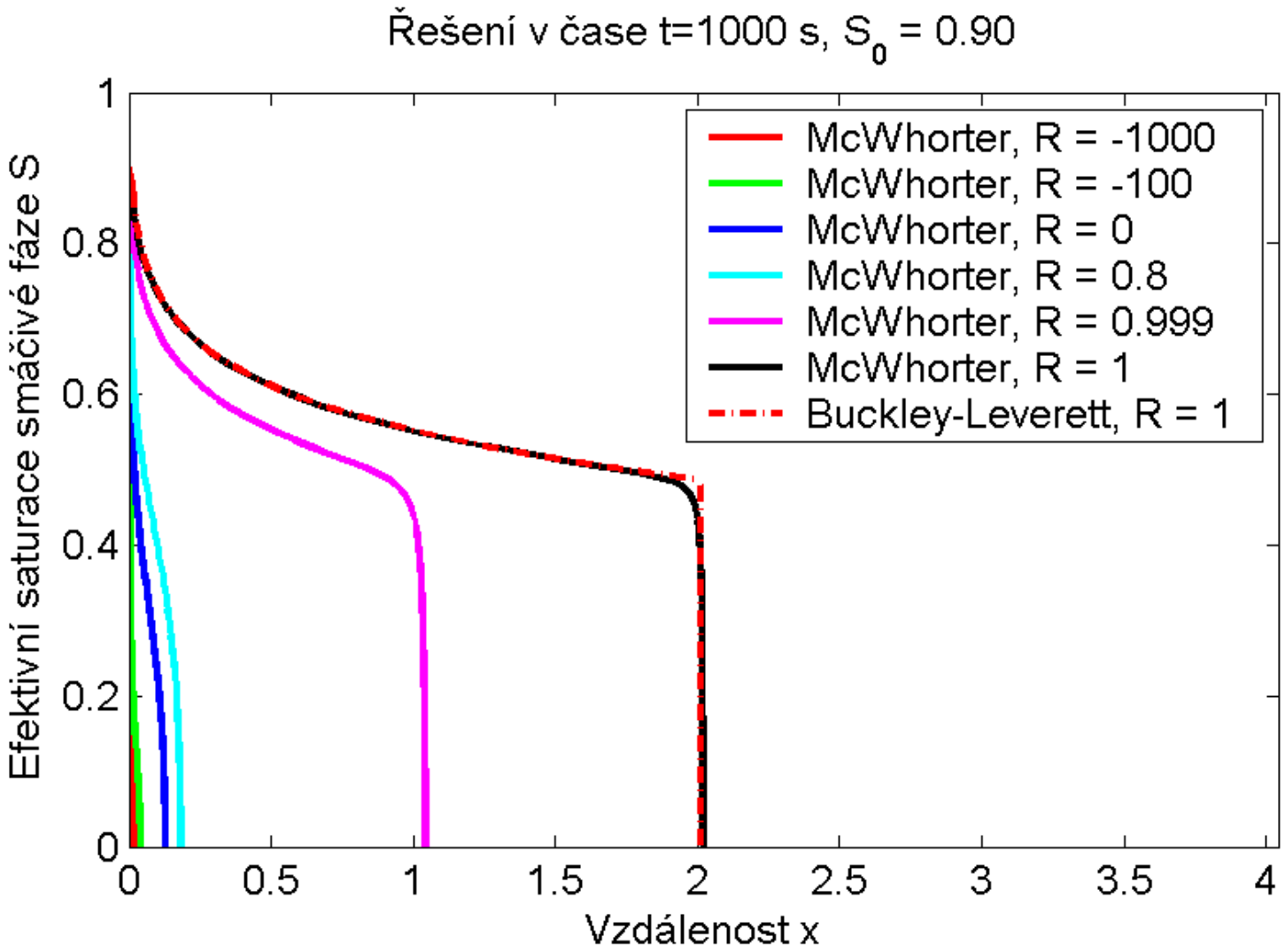
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

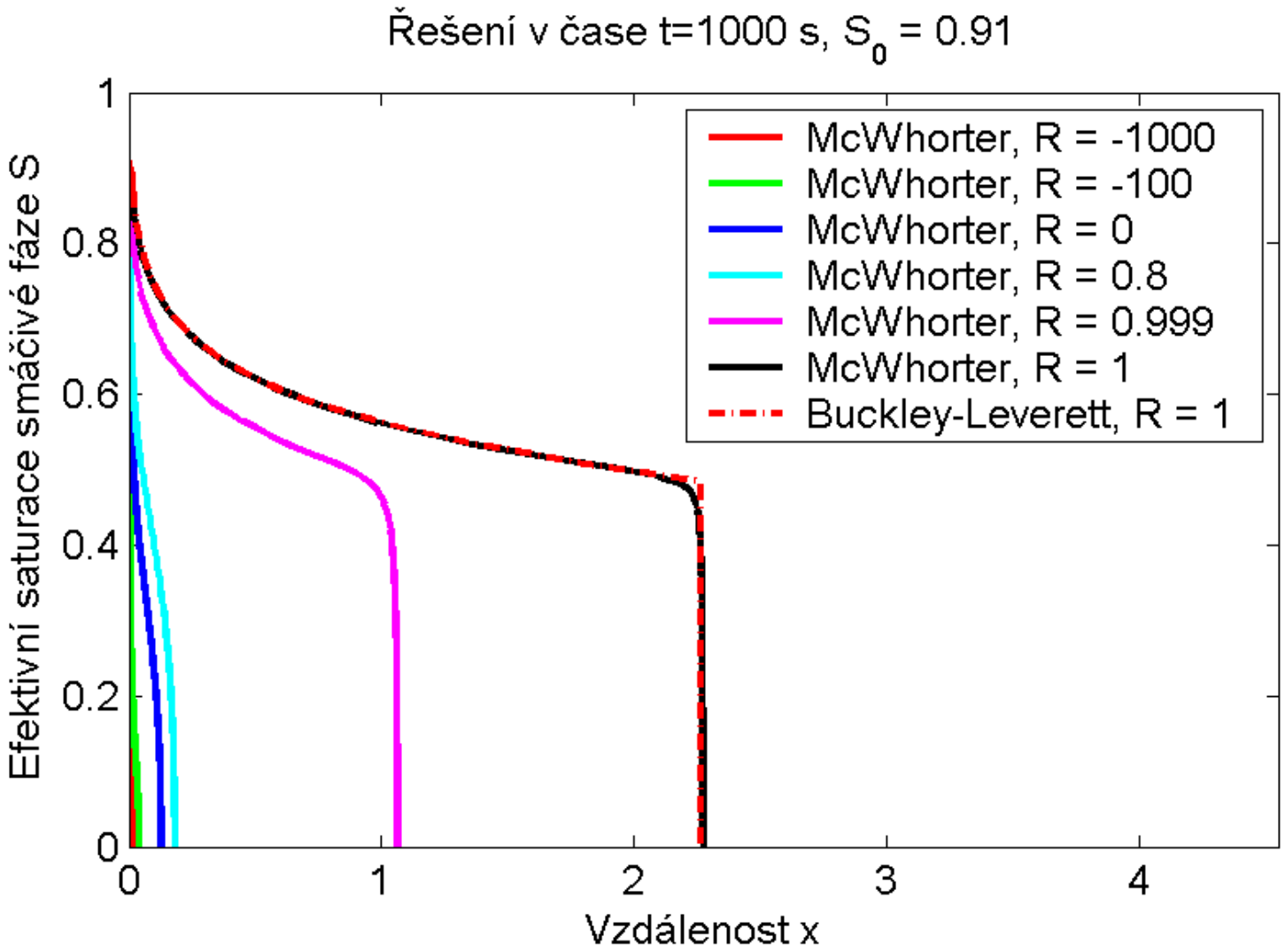
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



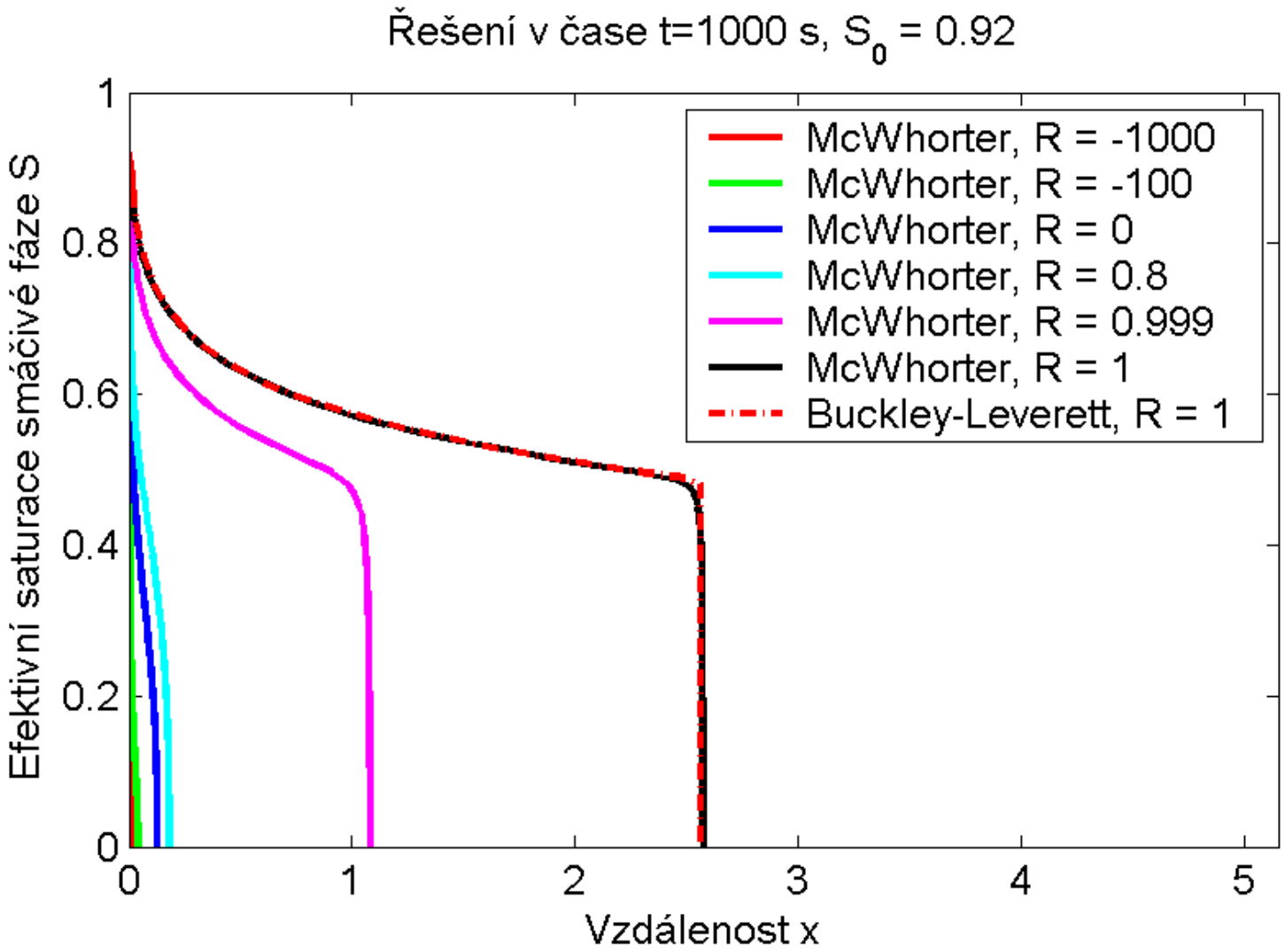
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



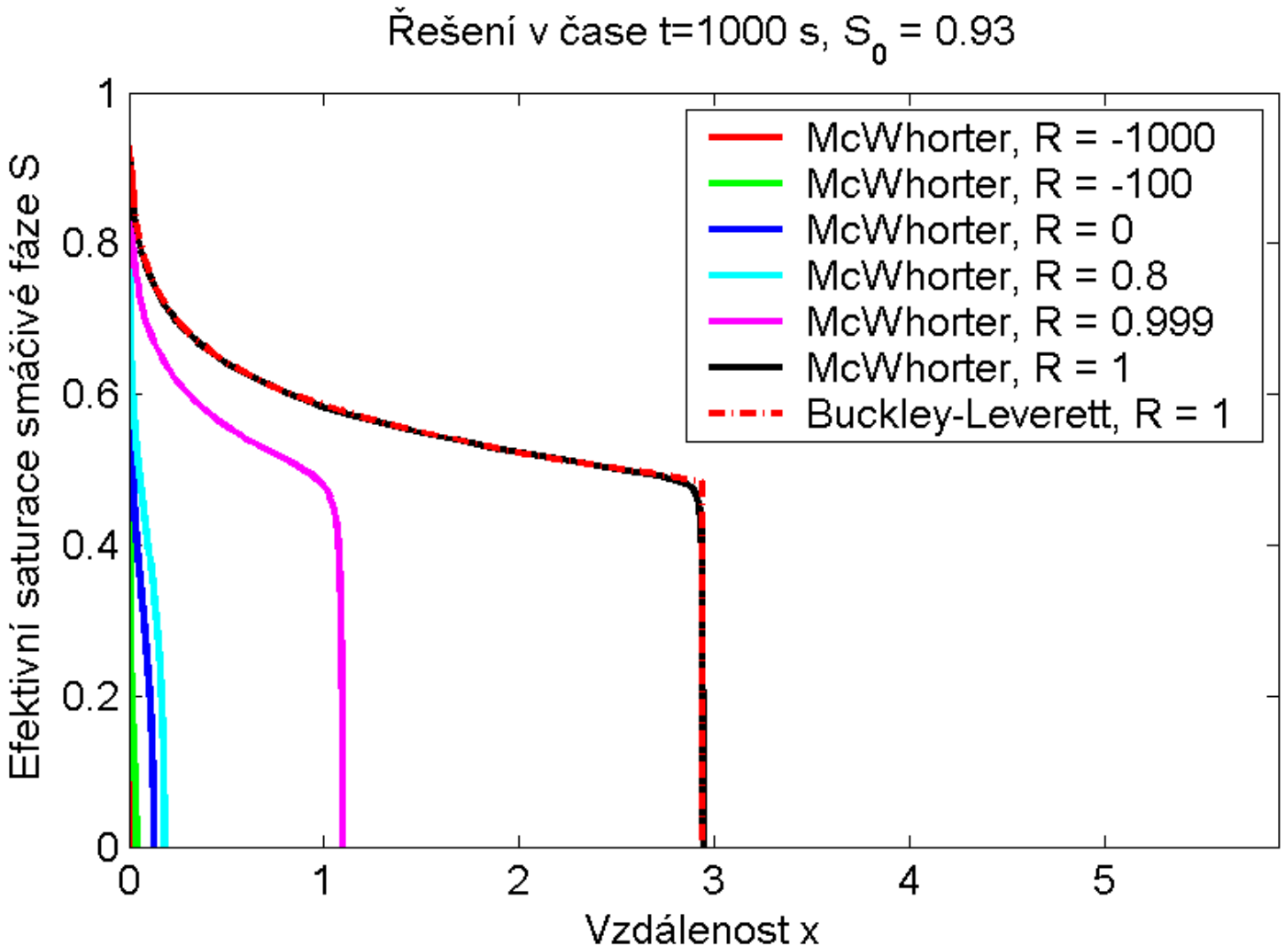
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



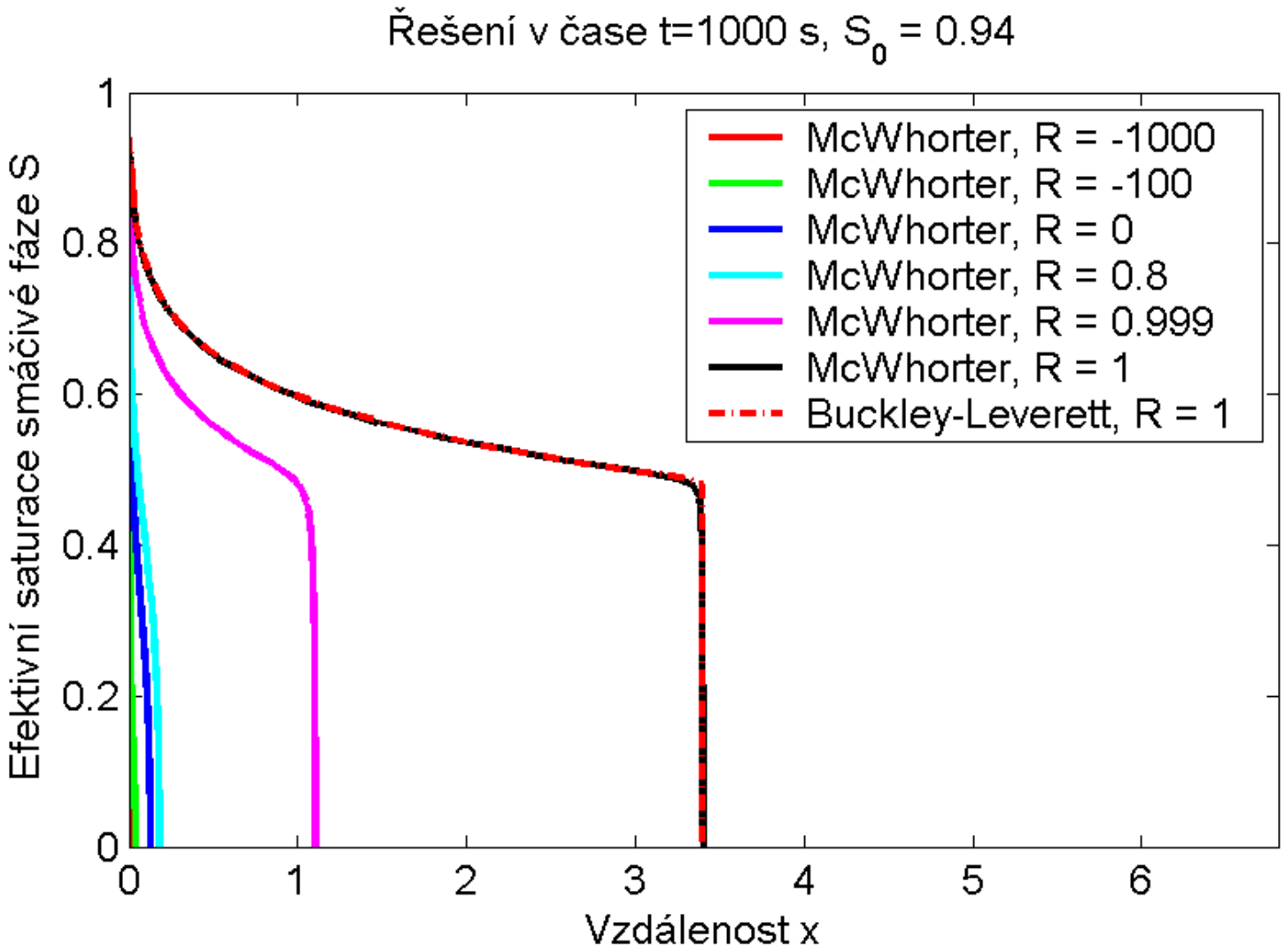
Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

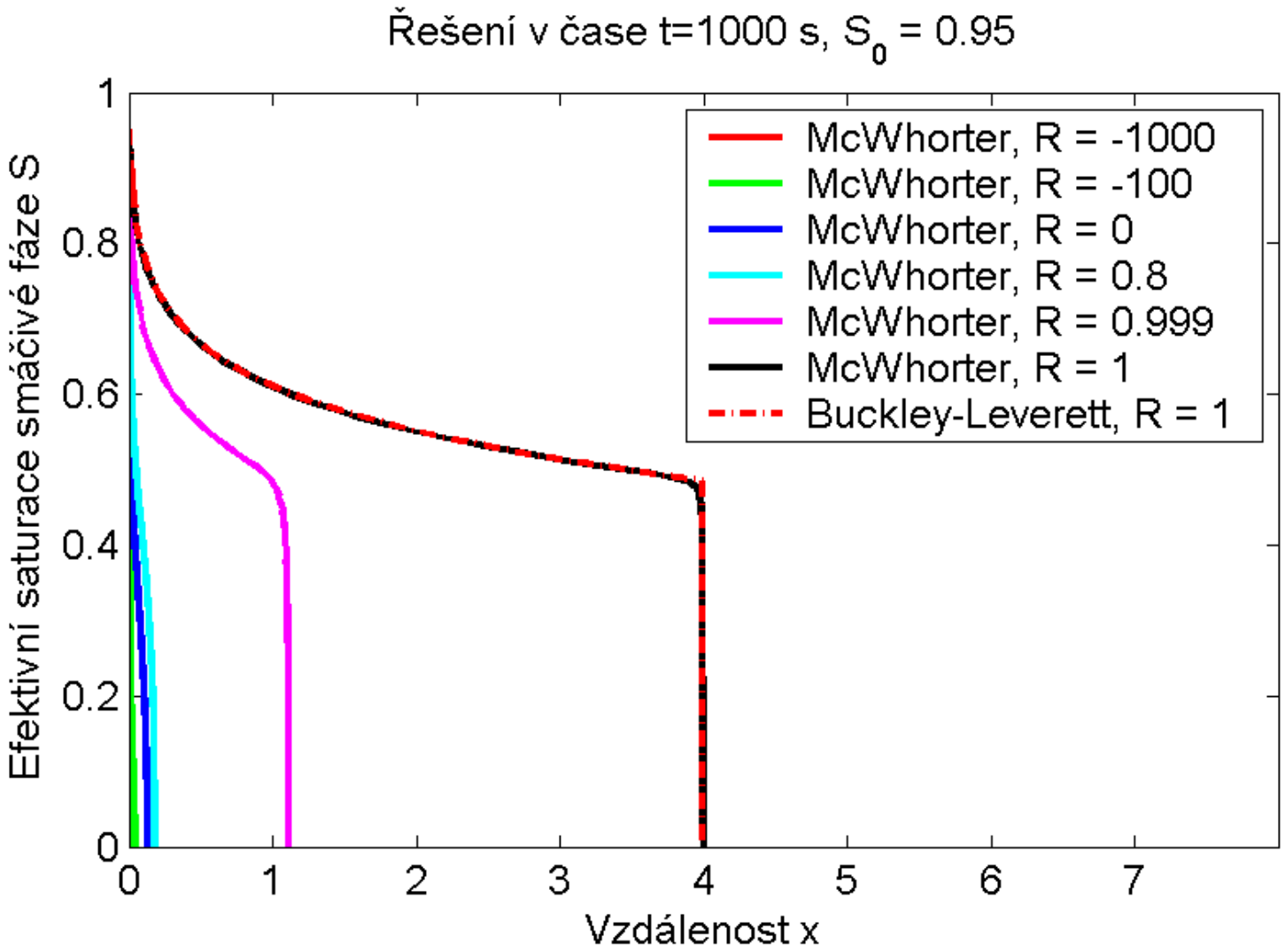
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

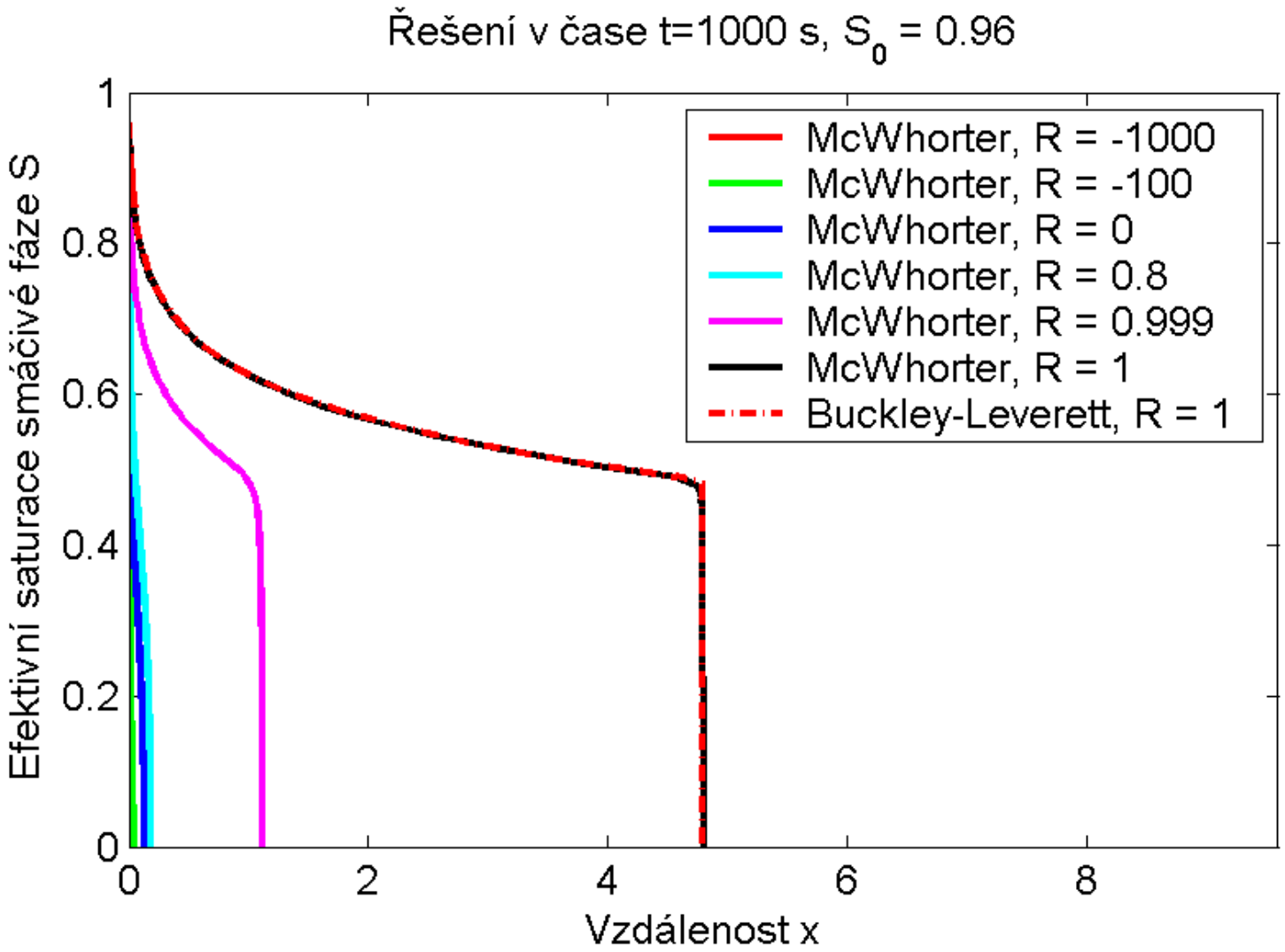
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

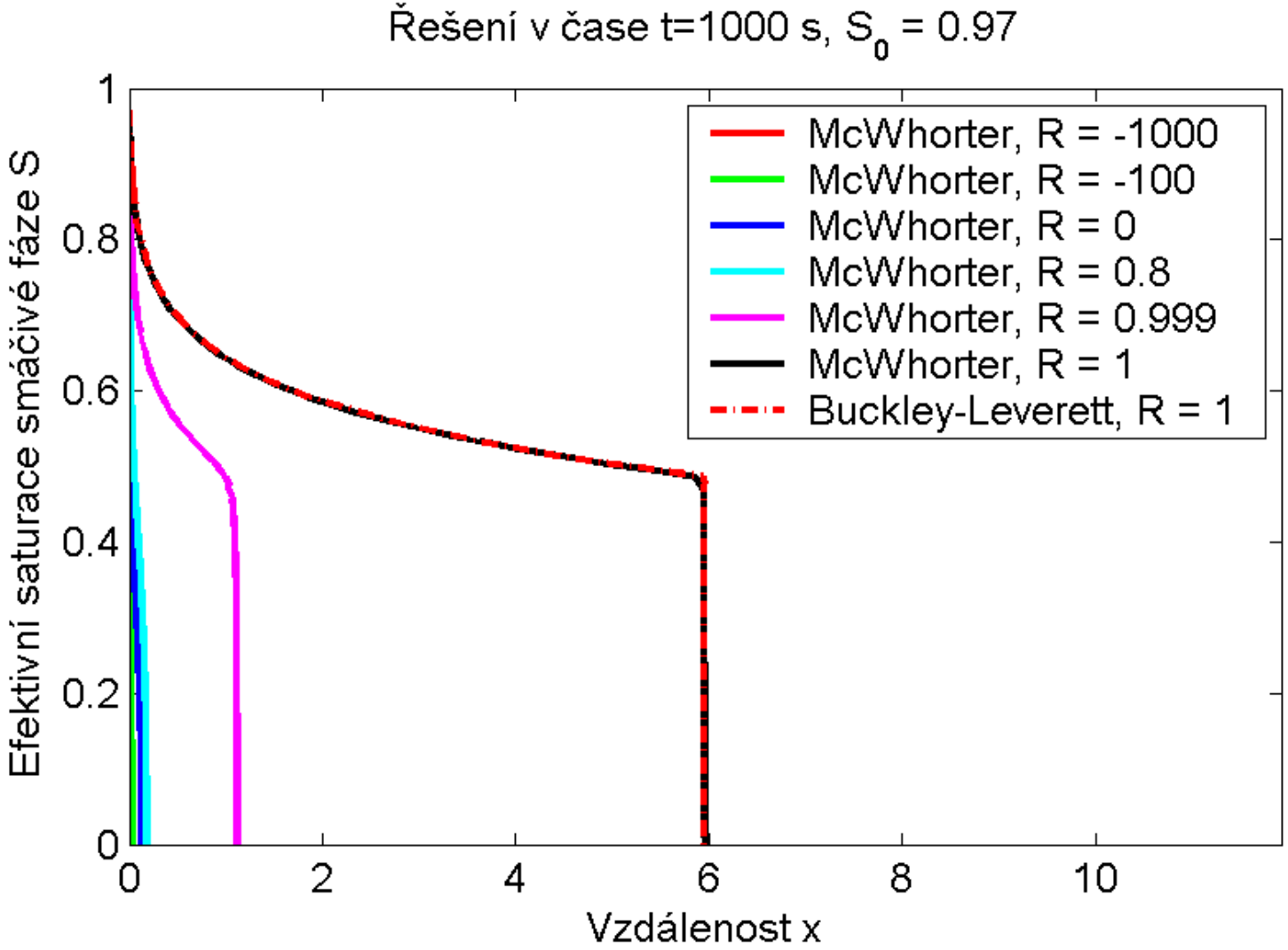
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

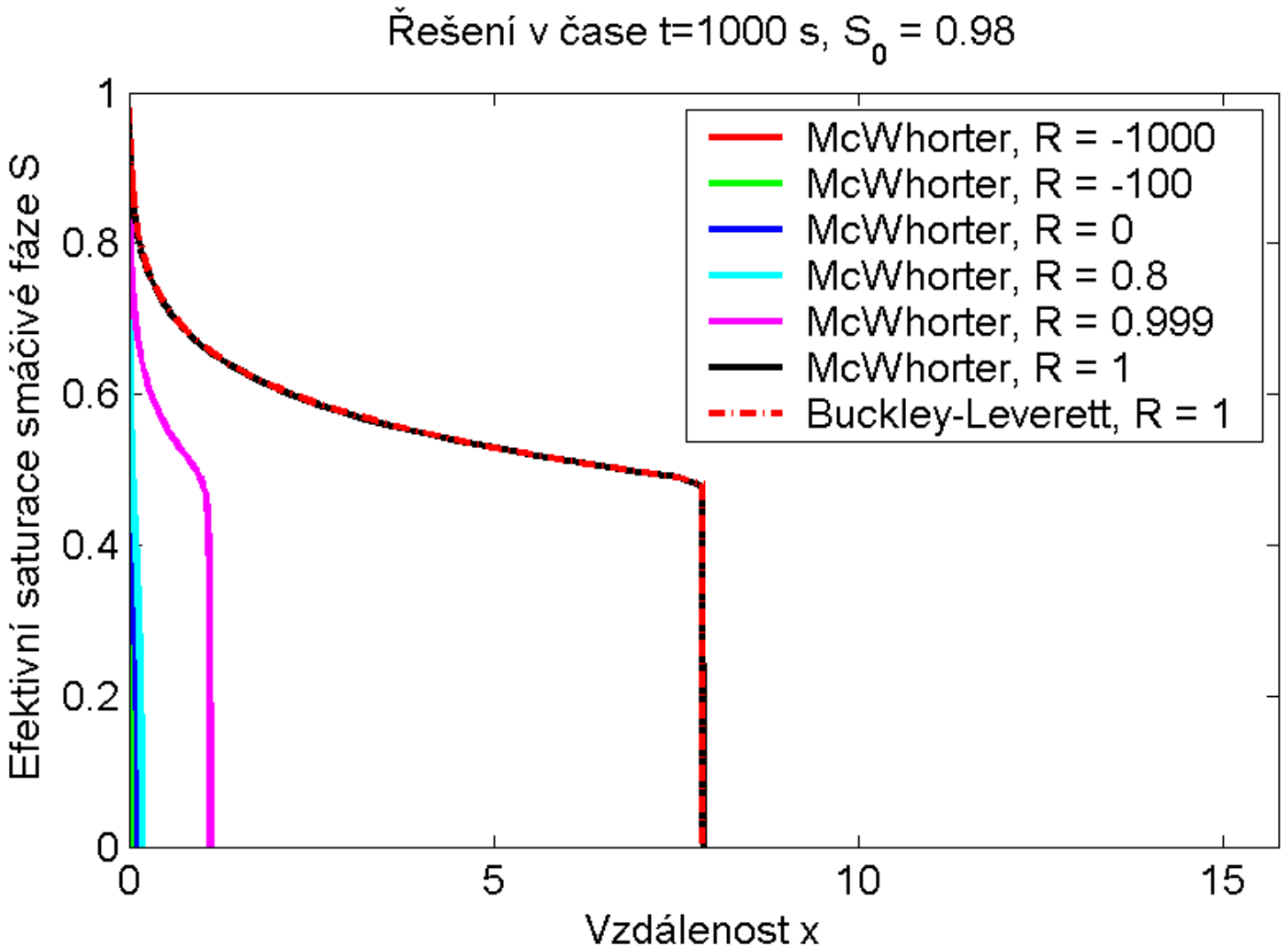
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

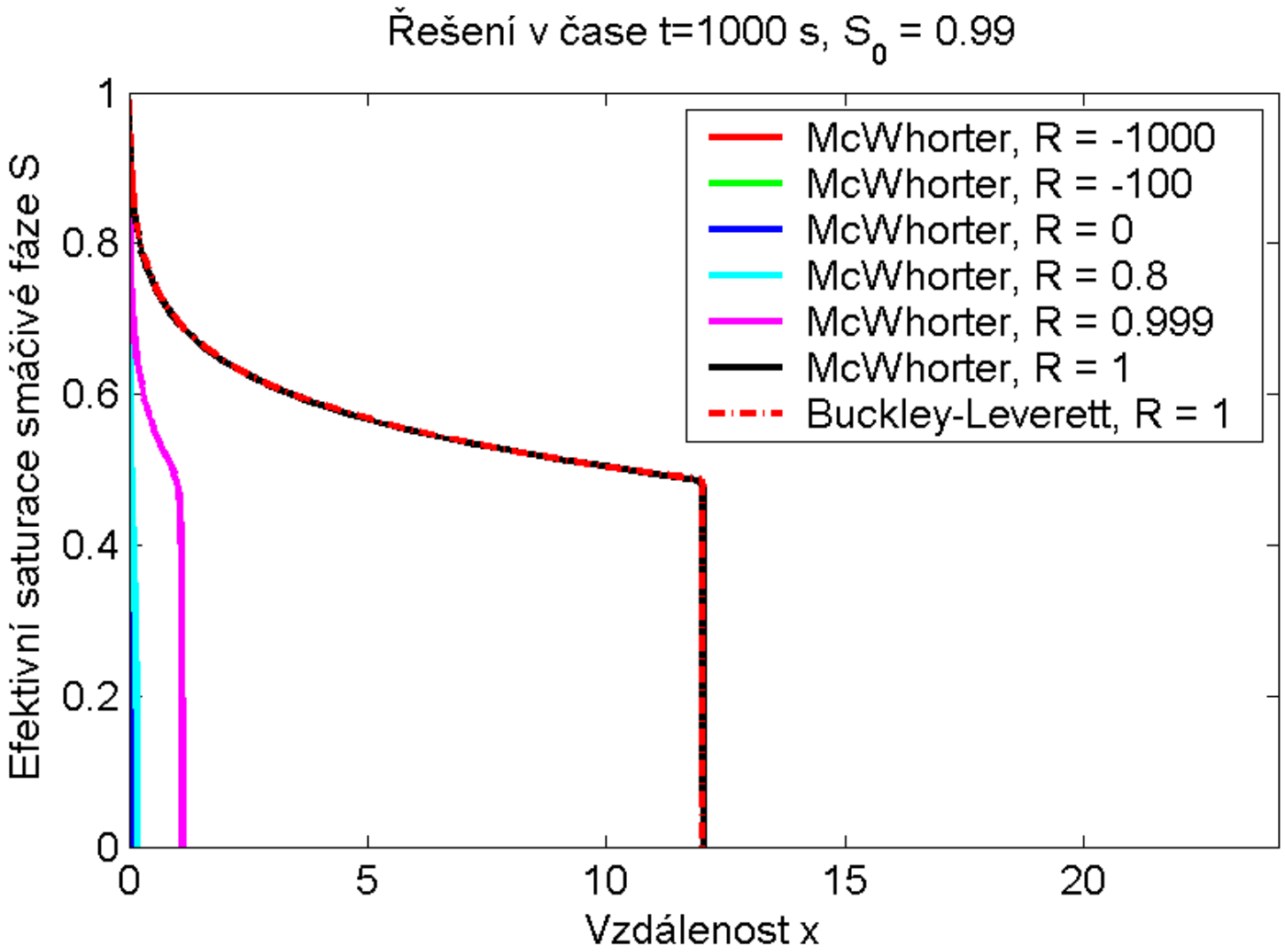
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \rightarrow 1-$?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \rightarrow 1-$? Ano.

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Mathematical Modelling Group

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná
   - Chen *a kol.* : konečná.

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \rightarrow 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \rightarrow 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná
   - Chen *a kol.* : konečná. pouze pro $R < 1$!

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná
   - Chen *a kol.* : konečná. pouze pro $R < 1$!
6. Je možné odvodit přesné řešení i pro heterogenní prostředí ?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přesná řešení pro heterogenní prostředí

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

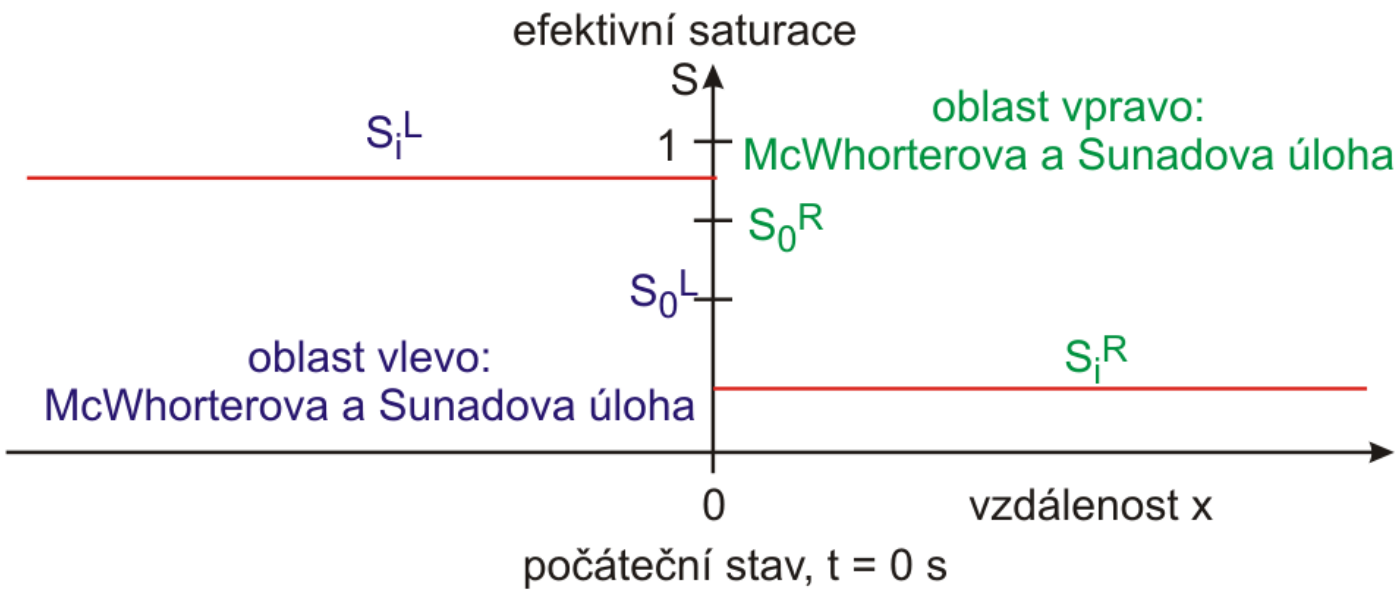
Radek Fučík

Úvod
Motivace
Matematický model

Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí

Závěr



- Kombinace dvou přesných řešení pro homogenní prostředí
- Podmínky na rozhraní:
  - $A^L R^L = A^R R^R$
  - $R^R - R^R R^L + R^L = 0$
  - $S_0^R = \kappa(S_0^L)$

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přesná řešení pro heterogenní prostředí

Mathematical Modelling Group

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí

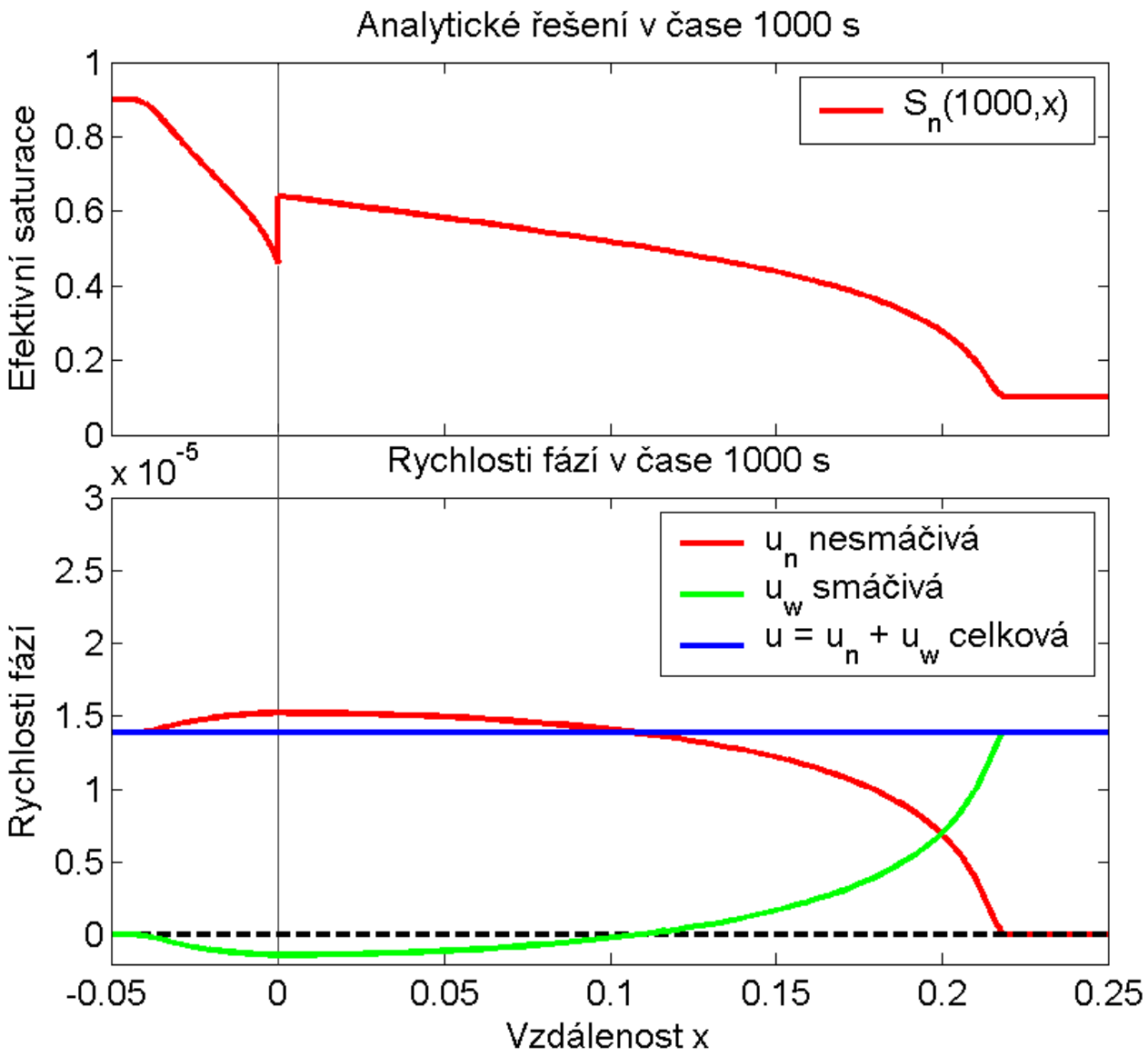
Radek Fučík

Úvod
- Motivace
- Matematický model

Přesné řešení
- McWhorterova a Sunadova úloha
- Integrální rovnice

Nesnáze a otázky
- Analýza první iterace
- Modifikované iterační rovnice
- Zobecnění
- Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
- Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
- Heterogenní porézní prostředí

Závěr



Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná
   - Chen *a kol.* : konečná. pouze pro $R < 1$!
6. Je možné odvodit přesné řešení i pro heterogenní prostředí ?

Nesnáze a otázky řešené autorem

Přehled

1. Doporučené iterační schéma selže pro $R = 1$ a $S_0 > S_{0\ crit}$ kvůli vzniku singularity v první iteraci !
2. Existuje jiná metoda nalezení funkce F ? Ano.
3. Je možné rozšířit rozsah vstupních parametrů ? Ano : z $R \in \{0, 1\}$ na $R \in (-\infty, 1]$.
4. Je Buckleyho a Leverettovo řešení limitním řešení McWhorterovy a Sunadovy úlohy pro $S_0 \to 1-$? Ano.
5. Závislost $A = A(S_0)$ je monotónní, ale jaká je v případě $R = 1$ limita $\lim\limits_{S_0 \to 1-} A(S_0)$?
   - McWhorter a Sunada : nekonečná
   - Chen *a kol.* : konečná. pouze pro $R < 1$!
6. Je možné odvodit přesné řešení i pro heterogenní prostředí ? Ano.

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Autorův přínos:

- přesné popsání odvození kvazianalytického řešení
- nalezení příčin selhání iteračního algoritmu
- nalezení robustnějšího iteračního algoritmu
- objasnění limitních případů
- zobecnění formulace úlohy pro širší třídu vstupních parametrů
- odvození kvazianalytického řešení pro heterogenní prostředí (dosud nepublikovaný výsledek)

Přesná řešení doufázového proudění v porézním prostředí
Radek Fučík
Úvod
Motivace
Matematický model
Přesné řešení
McWhorterova a Sunadova úloha
Integrální rovnice
Nesnáze a otázky
Analýza první iterace
Modifikované iterační rovnice
Zobecnění
Řešení při $S_0 \longrightarrow 1$
Konečnost $A(S_0)$ při $S_0 \longrightarrow 1$
Heterogenní porézní prostředí
Závěr

Autorův přínos:

- přesné popsání odvození kvazianalytického řešení
- nalezení příčin selhání iteračního algoritmu
- nalezení robustnějšího iteračního algoritmu
- objasnění limitních případů
- zobecnění formulace úlohy pro širší třídu vstupních parametrů
- odvození kvazianalytického řešení pro heterogenní prostředí (dosud nepublikovaný výsledek)

Děkuji za pozornost.